

EDUARDO HERMESMEYER

**UM NOVO ALGORITMO PARA O
CANCELAMENTO DE
INTERFERÊNCIAS NO DOMÍNIO
ESPAÇO-TEMPORAL**

**FLORIANÓPOLIS
2005**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA
CATARINA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

**UM NOVO ALGORITMO PARA O
CANCELAMENTO DE
INTERFERÊNCIAS NO DOMÍNIO
ESPAÇO-TEMPORAL**

Dissertação submetida à
Universidade Federal de Santa Catarina
como requisito parcial à obtenção do grau de
Mestre em Engenharia Elétrica

EDUARDO HERMESMEYER

Florianópolis, Março de 2005.

UM NOVO ALGORITMO PARA O CANCELAMENTO DE INTERFERÊNCIAS NO DOMÍNIO ESPAÇO-TEMPORAL

Eduardo Hermesmeier

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de *Mestre em Engenharia Elétrica*, área de concentração *Comunicações e Processamento de Sinais*, sendo aprovada em sua forma final pelo programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Santa Catarina.

Prof. José Carlos Moreira Bermudez, Ph.D.
Orientador

Prof. Denizar Cruz Martins, Ph. D.
Coordenador do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
da Universidade Federal de Santa Catarina.

Banca Examinadora

Prof. José Carlos Moreira Bermudez, Ph.D.
Presidente

Joceli Mayer, Ph.D.

Leonardo Silva Resende, D.Sc.

Márcio Holsbach Costa, D.Sc.

Dedico este trabalho:

Aos meus pais, Zuleide e Sergio, por sempre estarem ao meu lado dando amor, carinho e condições para estudar, sem nunca terem pedido nada em troca, a não ser minha felicidade. Dedico esse trabalho a vocês, meus queridos pais.

Tenho muito orgulho de vocês, e serei eternamente grato por tudo que já fizeram e fazem por mim. Muito obrigado.

À minha amada Stephanie, por ter sido minha maior incentivadora. Companheira, não me deixava desanimar perante as dificuldades. Com seu jeitinho amável, sabia converter minhas decepções em vontade de vencer. Muito obrigado por estar sempre ao meu lado e, portanto, nada mais justo do que dedicar a ti, também, esse trabalho. Eu te amo.

Agradecimentos

Agradeço à Deus, por ter me dado o privilégio de obter esse título num país em que a educação não é tida como prioridade e por ter me dado o privilégio de estudar na Universidade Federal de Santa Catarina, uma instituição de credibilidade e qualidade inquestionáveis.

Agradeço aos membros da banca de examinação: Bermudez, Leonardo, Márcio e Joceli, por terem dado contribuições técnicas que, certamente, melhoraram meu trabalho.

Em especial, agradeço ao professor Bermudez que, desde o primeiro instante, acreditou no meu potencial. Como orientador, foi um exemplo de dedicação profissional e competência, tendo grande importância na minha formação profissional e pessoal.

Ao Laboratório de Pesquisa em Processamento Digital de Sinais, LPDS, agradeço por ter me dado estrutura e recursos para o desenvolvimento do meu trabalho.

Obrigado, também, aos meus colegas de trabalho e amigos Guilherme, Guillaume e Yasmín, por contribuições e discussões técnicas, além dos momentos de descontração.

À Stephanie e sua família, por serem pessoas maravilhosas, a quem agradeço todo o carinho recebido.

Aos meus pais e meu querido irmão, por sempre desejarem meu sucesso profissional e pessoal, meus sinceros agradecimentos.

Resumo da Dissertação apresentada à UFSC como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

UM NOVO ALGORITMO PARA O CANCELAMENTO DE INTERFERÊNCIAS NO DOMÍNIO ESPAÇO-TEMPORAL

Eduardo Hermesmeyer

Março/2005

Orientador: José Carlos Moreira Bermudez, Ph.D.

Área de concentração: comunicações e processamento de sinais.

Palavras-chave: algoritmos adaptativos, algoritmos recursivos em ordem, processamento adaptativo espaço-temporal, cancelamento de interferências.

Número de páginas: 139.

RESUMO: Esse trabalho apresenta um algoritmo espaço-temporal recursivo em ordem utilizado no cancelamento de interferências em sistemas de radar embarcados em avião.

Através de equações recursivas em ordem é desenvolvido o algoritmo RSMI, capaz de processar os dados recebidos ao longo do tempo “rápido”, ao passo que os demais algoritmos estudados só iniciam o processamento após todos os dados terem sido recebidos. O algoritmo proposto também apresenta menor custo computacional devido à sua característica de recursividade. Será mostrado que o algoritmo proposto converge pelo critério do erro médio quadrático para o desempenho do algoritmo SMI, à medida em que a ordem do filtro é aumentada. Também mostra-se que a utilização de um número reduzido de pulsos pode levar a um desempenho satisfatório do algoritmo RSMI somado a uma eficiência computacional ainda maior.

Outras variantes do algoritmo RSMI também são apresentadas, como o RSMI-DL e RSMI-CMT. O primeiro apresenta robustez quanto à qualidade dos dados recebidos, reduzindo o número de vetores secundários usados na estimação da matriz de correlação das interferências. O segundo faz uso de matrizes (*covariance matrix tapers*) que modelam efeitos de decorrelação encontrados em situações práticas, tornando o algoritmo mais robusto à degradação no desempenho causado por esses efeitos.

Abstract of Thesis presented to UFSC as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science in Electrical Engineering.

A NEW ALGORITHM FOR INTERFERENCE MITIGATION IN THE SPACE-TIME DOMAIN

Eduardo Hermesmeyer

March/2003

Advisor: José Carlos Moreira Bermudez, Ph.D.

Area of concentration: communications and signal processing.

Keywords: adaptive algorithms, order-recursive algorithms, space-time adaptive processing, interference mitigation.

Number of pages: 139.

ABSTRACT: This work presents an order-recursive space-time adaptive processing for interference mitigation in airborne radar systems.

By means of the order-recursive equations framework the RSMI algorithm is developed, being capable of processing the incoming data in the *fast-time* domain, while other adaptive algorithms would start only after the whole data set is collected. The proposed algorithm also presents a lower computational burden due to its intrinsic recursivity nature. It will be shown that the proposed algorithm converges in the mean square error sense to the SMI algorithm's performance as the filter's order increase. It will be also shown that using a reduced sample support size may lead to a satisfactory performance of the RSMI algorithm, bringing an extra computational efficiency.

Other variants of the RSMI algorithms are also presented such as the RSMI-DL and RMSI-CMT. The first presents robustness to ill-conditioned sample matrices, bringing also the advantage of the need for a reduced sample support size. The second makes use of covariance matrix tapers modeling real world decorrelating effects and making the algorithm more robust to degradation of its performance when such effects are present.

Sumário

Lista de Siglas	ix
Lista de Símbolos	xi
Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas	xv
1 Introdução e Princípios Básicos	1
1.1 Um pouco de História	1
1.2 A Equação do Radar	4
1.3 Frequências Utilizadas em Sistemas de Radar	5
1.4 Classificação dos Radares	5
1.4.1 Radares Situados no Solo	6
1.4.2 Radares Embarcados	7
1.4.3 Classificação quanto ao Número de Antenas	8
1.4.4 Radares Monoestáticos e Biestáticos	10
1.4.5 Radares CW e MTI	12
1.5 Ambiguidades	13
1.5.1 Distâncias Ambíguas e Não-Ambíguas	13
1.5.2 Velocidades Cegas	15
1.6 Fontes de Interferência	16
1.6.1 Ruído	16
1.6.2 <i>Jamming</i>	16
1.6.3 <i>Clutter</i>	19
1.7 Organização do Trabalho	20
1.8 Conclusão	21
2 Processamento Espaço-Temporal em Sistemas de Radar	22
2.1 Processamento Espacial	23
2.1.1 O <i>Array</i> Linear Uniforme	23
2.1.2 Amostragem Espacial	24
2.1.3 Desmodulação dos Sinais Recebidos	26
2.1.4 O Vetor de Direcionamento Espacial	29
2.1.5 Modelo dos Sinais	30
2.1.6 <i>Beampattern</i>	32
2.1.7 <i>Grating Lobes</i>	35

2.1.8	Abertura Espacial	39
2.1.9	Processamento Independente ou Dependente dos Dados	42
2.2	O Efeito Doppler	58
2.3	Processamento Temporal	62
2.3.1	O Vetor de Direcionamento Temporal	63
2.4	Processamento Espaço-Temporal Ótimo	64
2.4.1	Vetor de Direcionamento Espaço-Temporal	64
2.4.2	Filtro Espaço-Temporal Ótimo	65
2.4.3	Modelagem Espaço-Temporal dos Sinais	67
2.5	Conclusão	69
3	Algoritmos Adaptativos no Domínio Espaço-Temporal	71
3.1	O Cubo de Dados	71
3.2	Algoritmos de <i>Rank</i> Completo	76
3.2.1	SMI	76
3.2.2	<i>Diagonal Loading</i> (DL)	79
3.2.3	SMI-DL	83
3.3	Algoritmos de <i>Rank</i> Reduzido (RR)	84
3.3.1	A Necessidade de Algoritmos de <i>Rank</i> Reduzido	85
3.3.2	Lei de Brennan	85
3.3.3	Componentes Principais (PC)	90
3.4	Conclusão	96
4	O Algoritmo RSMI	98
4.1	Algoritmos Recursivos em Ordem	98
4.2	Derivação do Algoritmo RSMI	102
4.3	Implementação do Algoritmo RSMI	110
4.4	Resultados de Simulação	114
4.5	Algoritmo RSMI-DL	120
4.6	Conclusão	123
5	Efeitos de Descorrelação	124
5.1	Efeitos de Descorrelação Temporal	124
5.1.1	Movimento Intrínseco do <i>Clutter</i> (ICM)	125
5.1.2	<i>Range Walk</i>	127
5.2	Efeitos de Descorrelação Espacial	128
5.2.1	Efeito Causado pela Largura de Banda do Sistema	129
5.3	<i>Covariance Matrix Tapers</i> (CMT)	129
5.4	Algoritmos Modificados	131
5.5	Desempenho dos Algoritmos Adaptativos na Presença de ICM	133
5.6	Conclusão	135
6	Conclusão	136
	Referências Bibliográficas	140

Lista de Siglas

Sigla	Descrição	Unidade
RADAR	<i>Radio Detection and Ranging</i>	
HF	<i>High Frequency</i>	
VHF	<i>Very High Frequency</i>	
UHF	<i>Ultra High Frequency</i>	
CW	<i>Continuous Wave</i>	
MTI	<i>Moving Target Indicator</i>	
STAP	<i>Space-Time Adaptive Processing</i>	
ECM	<i>Electronics Countermeasure</i>	
GBR	<i>Ground-Based Radar</i>	
SBR	<i>Spaceborne Radar</i>	
PRI	<i>Pulse Repetition Interval</i>	<i>s</i>
PRF	<i>Pulse Repetition Frequency</i>	<i>Hz</i>
RCS	<i>Radar Cross Section</i>	<i>m²</i>
UESA	<i>UHF Electronically Scanned Array</i>	
AoA	<i>Angle of Arrival</i>	<i>rad</i>
CPI	<i>Coherent Processing Interval</i>	
Rx	Receptor em Fase e em Quadratura	
A/D	Conversor Analógico-Digital	
FIR	<i>Finite Impulse Response</i>	
IIR	<i>Infinite Impulse Response</i>	
DFT	<i>Discrete Fourier Transform</i>	
ULA	<i>Uniform Linear Array</i>	
FLOP	<i>Floating Point Operations</i>	
GSC	<i>Generalized Sidelobe Canceller</i>	
LMS	<i>Least Mean Square</i>	
RLS	<i>Recursive Least Square</i>	
MVDR	<i>Minimum Variance Distortionless Response</i>	
SNR	<i>Signal to Noise Ratio</i>	
JNR	<i>Jamming to Noise Ratio</i>	
CNR	<i>Clutter to Noise Ratio</i>	
SINR	<i>Signal to Interference plus Noise Ratio</i>	
PC	<i>Principal Components</i>	
SMI	<i>Sample Matrix Inversion</i>	
continua na próxima página...		

Sigla	Descrição	Unidade
RSMI	<i>Recursive Sample Matrix Inversion</i>	
MSE	<i>Mean Square Error</i>	
ICM	<i>Internal Clutter Motion</i>	
CMT	<i>Covariance Matrix Tapers</i>	
DL	<i>Diagonal Loading</i>	
DoF	<i>Degrees of Freedom</i>	

Lista de Símbolos

Símbolo	Descrição	Unidade
N	Número de elementos do ULA	
M	Número de pulsos por CPI	
$*$	Conjugação complexa	
H	Transposição e conjugação complexa de matriz ou vetor	
\otimes	Produto Kronecker	
\bigcirc	Produto Hadamard	
R_{MAX}	Máximo alcance do radar	m
R_{max}	Máxima distância não-ambígua	m
P_t	Potência de transmissão	W
G	Ganho diretivo	dBi
A_e	Abertura efetiva	m^2
σ	Seção transversal de radar (RCS)	m^2
S_{min}	Mínima potência detectável	W
f_c	Frequência da portadora	Hz
ω_c	Frequência da portadora	rad/s
λ	Comprimento de onda	m
c	Velocidade da luz	m/s
v_n	n -ésima velocidade cega	m/s
\mathbf{w}	Vetor de coeficientes do filtro FIR	
ϕ	Ângulo de chegada (AoA)	rad
$\hat{\phi}$	Frequência espacial normalizada	
$\mathbf{s}_s(\phi)$	Vetor de direcionamento espacial	
$\bar{\mathbf{s}}_s(\phi)$	Vetor de direcionamento espacial normalizado	
f_d	Frequência Doppler	Hz
\hat{f}_d	Frequência Doppler normalizada	
$\mathbf{s}_t(f_d)$	Vetor de direcionamento temporal	
$\bar{\mathbf{s}}_t(f_d)$	Vetor de direcionamento temporal normalizado	
$\mathbf{s}(\phi, f_d)$	Vetor de direcionamento espaço-temporal	
$\bar{\mathbf{s}}(\phi, f_d)$	Vetor de direcionamento espaço-temporal normalizado	

Lista de Figuras

1.1	GBR procurando alvos na presença de forte interferência.	6
1.2	Radar embarcado em aeronave.	8
1.3	Única antena.	8
1.4	<i>Array</i> linear.	9
1.5	<i>Array</i> circular em anel.	10
1.6	Radar monoestático.	11
1.7	Radar biestático.	11
1.8	Sinais transmitidos por radares CW e MTI.	12
1.9	Máxima distância não-ambígua.	14
1.10	Distância ambígua.	14
1.11	Máxima distância não-ambígua em função da PRF.	15
2.1	ULA com N elementos.	23
2.2	Sinal incidente, em coordenadas esféricas, e cone de ambiguidade angular. . .	24
2.3	<i>Beamformer</i> adaptativo.	25
2.4	Receptor QAM.	27
2.5	<i>Beampattern</i> para um vetor de coeficientes uniforme.	35
2.6	<i>Beampattern</i> para um vetor de coeficientes uniforme e posição de <i>jammers</i> . .	35
2.7	<i>Grating Lobes</i> em função da distância entre elementos do <i>array</i>	37
2.8	Abertura espacial em função do número de elementos do ULA.	40
2.9	Coefficientes do “janelamento” Chebyshev de $30dB$ e $50dB$	44
2.10	Diagrama de irradiação dos processadores uniforme e com “janelamento” do tipo Chebyshev de $30dB$ e $50dB$	45
2.11	Filtro “ótimo”.	45
2.12	Etapas de funcionamento do filtro “ótimo”.	48
2.13	Processamento na forma direta.	49
2.14	Representação alternativa do problema através da estrutura GSC.	50
2.15	Configuração do filtro adaptativo - minimização do MSE.	52
2.16	Diagrama de irradiação dos coeficientes MVDR (a) Ótimo, (b) SMI, (c) LMS e (d) RLS.	54
2.17	Sinal de entrada e saída para diferentes algoritmos adaptativos.	57
2.18	Filtro Doppler.	62
2.19	Filtro espaço-temporal.	66
2.20	Vetor de direcionamento espaço-temporal (obtido via DFT 2D).	66
2.21	Região coberta por um radar embarcado em um avião.	69
3.1	Organização dos dados recebidos.	73

3.2	Organização dos dados recebidos em $m = 2$ pulsos.	74
3.3	Cubo de dados.	75
3.4	Dados agrupados lexicograficamente.	76
3.5	Cubo de dados e células de guarda.	78
3.6	Dados agrupados lexicograficamente e células de guarda.	78
3.7	Análise dos autovalores da matriz de correlação de <i>jamming</i> +ruído para $N = 16$, $M = 1$, $\bar{\phi}_{J_1} = -0,433$, $\bar{\phi}_{J_2} = -0,25$ e $JNR = 50dB$	80
3.8	Análise dos autovalores da matriz de correlação de <i>jamming</i> +ruído para $N = M = 16$, $\bar{\phi}_{J_1} = -0,433$, $\bar{\phi}_{J_2} = -0,25$ e $JNR = 50dB$	81
3.9	Densidade espectral de potência do <i>clutter</i> para $\beta = 1$	82
3.10	Densidade espectral de potência do <i>clutter</i> para $\beta = 1$	82
3.11	Cancelamento de <i>clutter</i> pelo filtro “ótimo”.	83
3.12	Cancelamento de <i>clutter</i> pelo algoritmo SMI.	83
3.13	Cancelamento de <i>clutter</i> pelo algoritmo SMI-DL.	84
3.14	Análise dos autovalores da matriz de correlação de <i>jamming</i> +ruído para diferentes valores de JNR.	86
3.15	Análise dos autovalores da matriz de correlação de <i>jamming</i> +ruído para diferentes números de <i>jammers</i> , JNR=50dB.	86
3.16	Sinal de alvo na presença de <i>clutter</i>	88
3.17	Análise dos autovalores da matriz de correlação de <i>clutter</i> +ruído para diferentes valores de CNR.	89
3.18	Análise dos autovalores da matriz de correlação de <i>clutter</i> + <i>jamming</i> +ruído (2 <i>jammers</i>).	89
3.19	Cancelamento de <i>clutter</i> pelo algoritmo PC.	92
3.20	Relação sinal-ruído+interferência na saída do filtro.	93
3.21	Cancelamento de <i>jamming</i> e <i>clutter</i> pelo algoritmo SMI.	94
3.22	Cancelamento de <i>jamming</i> e <i>clutter</i> pelo algoritmo SMI-DL.	94
3.23	Cancelamento de <i>jamming</i> e <i>clutter</i> pelo algoritmo PC.	96
4.1	Comparação do custo computacional dos algoritmos SMI-MVDR e RSMI-MVDR para $N = M = 10$	113
4.2	Comparação do custo computacional dos algoritmos SMI-MVDR e RSMI-MVDR para $N = 14$, $M = 16$	113
4.3	Comparação do custo computacional dos algoritmos SMI-MVDR e RSMI-MVDR para $N = M = 16$	114
4.4	Cálculo do MSE para o algoritmo SMI.	115
4.5	Cálculo do MSE para o algoritmo RSMI.	115
4.6	MSE do algoritmo SMI-MVDR vs. MSE do algoritmo RSMI-MVDR para $N = M = 10$	117
4.7	MSE do algoritmo SMI-MVDR vs. MSE do algoritmo RSMI-MVDR para $N = M = 16$	118
4.8	SINR loss para o filtro ótimo, algoritmo SMI, RSMI de ordens $m = 3, 6$ e 8 e algoritmo PC para $N = M = 10$	119
4.9	SINR loss para o filtro ótimo, algoritmo SMI, RSMI de ordens $m = 8, 12$ e 16 e algoritmo PC para $N = M = 16$	119
4.10	MSE do algoritmo SMI-DL-MVDR vs. MSE do algoritmo RSMI-DL-MVDR para $N = M = 10$ e $\delta^2 = 10dB$	121

4.11	MSE do algoritmo SMI-DL-MVDR vs. MSE do algoritmo RSMI-DL-MVDR para $N = M = 16$ e $\delta^2 = 10dB$	121
4.12	Custo computacional dos algoritmos SMI, RSMI, SMI-DL e RSMI-DL para $N = M = 16$ e $\delta^2 = 10dB$	122
4.13	SINR loss para os algoritmos SMI, SMI-DL, PC e RSMI-DL (diferentes ordens) para $N = M = 16$ e $\delta^2 = 10dB$	122
5.1	Autovalores de \mathbf{R} na presença de ICM, $CNR = 60dB$	126
5.2	Autovalores de \mathbf{R} na presença de ICM, $CNR = 50dB$, $JNR = 60dB$	126
5.3	Descorrelação devido a <i>range walk</i>	127
5.4	Degradação da SINR para $CNR = 60dB$ e diferentes condições climáticas.	133
5.5	Desempenho dos algoritmos com e sem o emprego de CMT	134
5.6	Desempenho dos algoritmos na presença de ICM	134

Lista de Tabelas

1.1	Frequências utilizadas em sistemas de radar.	5
1.2	Primeira velocidade cega v_1 e máxima distância não-ambígua R_{max} em função da frequência de operação f_c e da PRF.	16
3.1	Fatores que influenciam a qualidade da estimativa de $\hat{\mathbf{R}}$	79
3.2	Custo computacional do algoritmo SMI.	79
3.3	Custo computacional do algoritmo PC.	94
3.4	Comparação do custo computacional dos algoritmos SMI-DL, SMI e PC. . .	95
4.1	Etapas do algoritmo RSMI.	111

Capítulo 1

Introdução e Princípios Básicos

O tema abordado nesta Dissertação será a detecção de alvos por radares embarcados em aviões para aplicações militares. No entanto, antes de comentar as características de um sistema de radar numa plataforma móvel, deve-se introduzir o leitor a um pouco da teoria básica de radar. O objetivo deste capítulo não é fornecer um material extensivo, mas apresentar ao leitor importantes conceitos básicos necessários ao entendimento do problema estudado. Para um texto mais informativo e didático, sugere-se a leitura de [1], [2] e [3]. Na primeira seção deste capítulo, será feita uma breve revisão sobre a história dos radares e, nas seções seguintes, comenta-se as configurações e os princípios básicos de um sistema de radar. Finalmente, na última seção do capítulo, será detalhada a organização deste trabalho.

1.1 Um pouco de História

O radar (*RAdio Detection And Ranging*), teve seu funcionamento demonstrado pelo alemão Heinrich Hertz. O também alemão Christian Hulsmeyer patenteou e construiu o primeiro radar no início do século XX, mais precisamente em 30 de abril de 1904, em Berlim. Seu objetivo era vender às companhias de navegação um equipamento, baseado no princípio de Hertz, que evitasse a colisão de navios. No entanto, seu produto não obteve êxito e caiu no esquecimento¹.

¹ O material referente a esta seção foi retirado de [4].

Ao final da primeira Guerra Mundial, os aviões passaram a voar a maiores altitudes devido ao surgimento de novas tecnologias que viabilizaram *cockpits* fechados e motores de alta potência. Com isto, esses aviões puderam transportar grandes cargas destrutivas, passaram a ter maior agilidade nas manobras e tornaram-se menos vulneráveis à artilharia terrestre. Na década de 30, líderes militares já se preocupavam com a difícil tarefa de defender-se de ataques aéreos. Nesse mesmo período houve o surgimento da tecnologia VHF, e, pouco tempo depois, percebeu-se que um avião, navio ou pessoa que atravessasse um canal de comunicações causaria um distúrbio na recepção. Esta descoberta levou ao ressurgimento do radar. No início da segunda guerra mundial, oito países (Estados Unidos, Inglaterra, Alemanha, França, União Soviética, Japão, Itália e Holanda) haviam desenvolvido e explorado o radar de forma independente, sendo que a maioria já possuía esse sistema em operação ao entrarem na guerra.

O radar demonstrou sua importância em diversas situações da segunda guerra mundial. Como exemplo, cita-se a Batalha da Inglaterra, onde um sistema de radar (*Chain Home*) foi empregado. Isto permitiu que os poucos aviões de combate ingleses fossem direcionados para deterem os invasores, ao invés de estarem dispersos, vigiando “às cegas” regiões não ameaçadas. Embora a tecnologia de microondas estivesse sendo desenvolvida pelos ingleses (e repassada aos americanos), a tecnologia utilizada no *Chain Home* foi a HF, pois a urgência do projeto não permitiu que os engenheiros desenvolvessem o sistema para frequências mais elevadas. Ao final da segunda guerra mundial entrou em funcionamento o radar operando em microondas. Embora ainda não sofisticados, esses radares passaram a operar livres de contra-medidas eletrônicas (ECM), pois os alemães não desconfiavam que esta tecnologia já era existente. Isso permitiu que radares fossem embarcados em aeronaves, sendo importantes na destruição de submarinos alemães (U-Boat). Esses submarinos, a diesel, tinham como objetivo isolar a Grã-Bretanha afundando navios que levassem suprimentos à ilha. Frequentemente viam-se obrigados a subir à tona para deslocamentos rápidos ou para recarregar as baterias e, quando na superfície, tornavam-se vulneráveis à detecção por radares embarcados em aviões sendo facilmente abatidos. Com isso, os U-Boats deixaram de ser um

elemento-surpresa. Segundo o comandante da frota de U-Boats alemã, Almirante Doenitz, “os cientistas que desenvolveram o radar foram chamados de salvadores de seu país”.

No entanto, após a segunda guerra mundial, aviões militares passaram a voar a baixas altitudes, fora da região de cobertura dos radares de microondas, dificultando sua detecção. Além de diminuir o espaço de batalha, a defesa aérea tornou-se uma tarefa mais difícil. Para que a detecção e o rastreamento de alvos a longas distâncias fossem novamente possíveis, o radar teve de ser embarcado em aeronaves.

Quase todas as contribuições significativas na área de radares, nos últimos anos, deram-se pelo progresso da tecnologia digital, a partir do início da década de 70. Um exemplo do quanto o processamento digital tem aumentado o desempenho de radares pode ser observado no caso de radares MTI (*Moving Target Indicator*). Esse tipo de radar separa a informação Doppler presente nos sinais coletados de diferentes pulsos transmitidos. Desta forma, alvos de baixa velocidade (pouco defasamento devido à frequência Doppler) podem ser distingüidos de *clutter*². Considerando o receptor de um radar MTI como uma linha de retardo, quanto mais atrasos forem utilizados melhores resultados serão obtidos. Na sua forma analógica, o sinal era convertido da forma eletromagnética para a forma mecânica, e a linha de retardo era implementada na forma acústica. Deste modo, o receptor era raramente composto por mais de dois atrasos [1], o que limitava seu desempenho. Utilizando o processamento digital de sinais, o sinal referente a cada atraso é simplesmente guardado na memória de um computador digital, permitindo a implementação de filtros com maior número de graus de liberdade. Com a tecnologia digital, os engenheiros podem realizar o que não passava de um sonho nas décadas de 50 e 60.

Na década de 70 surgiu uma extensão natural do processamento temporal (Doppler) com a adição do processamento espacial (*beamforming*) [5]. Esta nova tecnologia foi chamada de processamento adaptativo espaço-temporal, STAP (*Space-Time Adaptive Processing*). Utilizando-se um *array* de antenas, juntamente com uma linha de retardo temporal, conseguiu-se um aumento significativo na detecção de alvos na presença de forte *clutter* [6].

² *Clutter* é o ruído gerado pela reflexão dos pulsos de radar em diversas superfícies que não a do alvo pretendido (ver seção 1.6.3)

No entanto, apenas com o desenvolvimento de computadores e processadores digitais tornou-se possível a aplicação destes sistemas. Embora o termo STAP tenha sido usado pela primeira vez em aplicações de radar, o processamento adaptativo espaço-temporal também é utilizado em outras áreas, como telecomunicações [7] e [8]. O processamento espaço-temporal foi estudado profundamente desde seu surgimento.

Os algoritmos STAP projetados atualmente têm como objetivos a minimização da quantidade de dados utilizados no “treinamento” do algoritmo (para ambientes heterogêneos e não-estacionários) e a redução do custo computacional. Também deve-se atentar à implementabilidade dos algoritmos, isto é, alguns algoritmos utilizam ferramentas que funcionam bem dentro do ambiente de simulação, mas têm desempenho insatisfatório quando implementados em situações reais [9].

1.2 A Equação do Radar

Uma estimativa do alcance máximo R_{MAX} de um radar pode ser obtida através da *equação do radar* [1]:

$$R_{MAX} = \left[\frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi)^2 S_{MIN}} \right]^{1/4} \quad (1.1)$$

Nessa equação, P_t é a potência do sinal transmitido e σ é a seção transversal de radar do alvo. Os parâmetros G e A_e são, respectivamente, o ganho diretivo e a abertura efetiva da antena. Por fim, S_{MIN} é a mínima potência detectável.

Em suma, para que alvos sejam detectados a longas distâncias, é necessária uma elevada potência de transmissão, aliada a um alto ganho na direção desejada. Além disso, o sinal deve ser recebido por uma antena de grande abertura efetiva e o receptor deve ser sensível a sinais de pequena potência. O único parâmetro de (1.1) que não está sob o controle do projetista é a seção transversal de radar do alvo³ (σ).

Os diversos parâmetros de um sistema de radar influenciam diretamente outros parâmetros e, conseqüentemente, o desempenho do sistema. Como exemplo, cita-se a frequência da

³ A seção transversal de radar de um alvo é uma área que, quando recebe potência incidente igualmente de todas as direções, reflete-a em direção ao radar que a interpreta como sendo proveniente do alvo [1].

portadora. Altas frequências de operação implicam em dimensão reduzida da antena, melhor resolução de alvos e menores lobos secundários. As desvantagens de uma elevada frequência de operação são, entre outras, um maior número de velocidades cegas (veja 1.5.2) e uma maior intensidade de *clutter* (veja 1.6.3) recebido. Quando a frequência é reduzida, podem surgir problemas mecânicos (a ordem da antena aumenta consideravelmente), levando a uma piora na resolução de alvos. Algumas das vantagens de uma baixa frequência de portadora são o menor número de velocidades cegas e a menor intensidade de *clutter* recebido [10].

1.3 Frequências Utilizadas em Sistemas de Radar

Para ilustrar alguns exemplos que serão apresentados nesta Dissertação, a Tabela 1.1 apresenta as faixas de frequência geralmente utilizadas em sistemas de radar.

Tabela 1.1: Frequências utilizadas em sistemas de radar.

Banda	Frequência (GHz)
UHF	0,3 - 1
L	1 - 2
S	2 - 4
C	4 - 8
X	8 - 12,5
Ku	12,5 - 16
K	16 - 22,5
Ka	22,5 - 40

1.4 Classificação dos Radares

Nesta seção serão comentadas algumas das possíveis arquiteturas de um sistema de radar. Estes sistemas serão classificados de acordo com a localização do radar (em solo ou embar-

cado), quanto ao número de antenas (única antena ou *array* de antenas), quanto ao número de transmissores e receptores (monoestático ou biestático) e, finalmente, quanto à forma do sinal transmitido (CW ou MTI).

1.4.1 Radares Situados no Solo

Quando a tecnologia em altas frequências ainda não havia sido desenvolvida, os radares possuíam antenas enormes e, portanto, era impraticável embarcá-lo em alguma plataforma. A Figura 1.1 ilustra um radar fixo na terra - GBR (*Ground-Based Radar*), que procura alvos na presença de interferências.

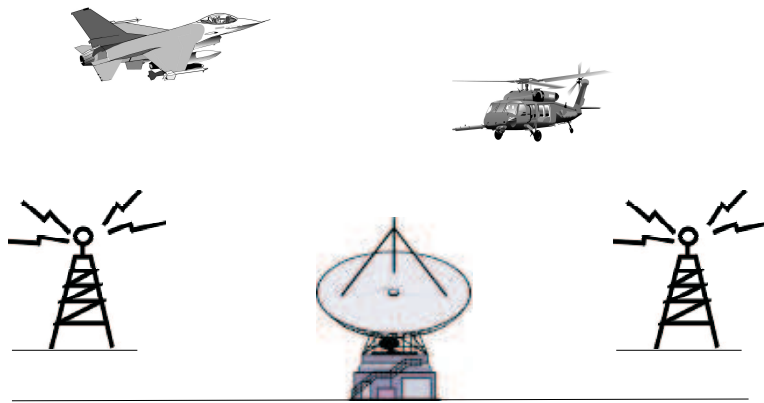


Figura 1.1: GBR procurando alvos na presença de forte interferência.

Nesta configuração, a distinção entre sinal de alvo e *clutter* é feita pela frequência Doppler (veja Capítulo 2). Note que para um radar fixo no solo o *clutter* é estático⁴ e, portanto, seu sinal de eco possui frequência Doppler igual a zero. Esta interferência pode ser cancelada utilizando-se filtros digitais de resposta ao impulso finita (FIR) ou infinita (IIR), em que cada atraso corresponde a um PRI (*Pulse Repetition Interval*) (veja seção 1.4.5). Tal filtro tem característica de filtro *notch* [11], atenuando os sinais de frequência Doppler igual a zero [12].

⁴ Desprezando-se efeitos como *internal clutter motion* (ICM).

1.4.2 Radares Embarcados

Ao contrário dos radares situados no solo, os radares que operam com altas frequências podem ser embarcados em plataformas móveis, proporcionando uma maior região de cobertura ou visibilidade [13]. Radares embarcados em aviões ou satélites apresentam outra vantagem em relação aos GBR, quando considerado o meio de propagação da onda eletromagnética. Os sinais transmitido e recebido por radares embarcados em aeronaves ou satélites *atravessam* a parte mais baixa da atmosfera, enquanto os sinais transmitidos e recebidos por GBR *permanecem* o tempo inteiro neste meio [12] que atenua de forma mais intensa os sinais que nele se propagam. Além disso, um radar embarcado permite que a plataforma persiga um alvo desejado, não o perdendo de vista. Uma importante característica de radares embarcados é o espalhamento na frequência Doppler do sinal de *clutter* devido ao movimento da plataforma (veja Capítulo 2). A seguir serão apresentadas algumas características de sistemas de radar embarcado em satélites e em aeronaves.

Radar Embarcado em Satélite - *Spaceborne*

Spaceborne Radar (SBR) apresenta, entre outras características, a natureza determinística de sua órbita e sua alta velocidade radial ($\approx 7 \text{ km/s}$). O radar embarcado em satélite apresenta a maior visibilidade dentre todos os radares e, como consequência, a quantidade de *clutter* é muito maior. Além disso, para cada mínima variação do ângulo de observação, a região iluminada varia significativamente, implicando em uma grande variação das estatísticas do *clutter* [13].

Radar Embarcado em Aeronave - *Airborne*

Esta configuração apresenta maior visibilidade que o GBR, mas inferior à do SBR. Conforme já mencionado, o aumento da região visível implica numa maior potência de *clutter* recebido, uma vez que estes radares “olham para baixo”. A potência de *clutter* recebida por um radar embarcado em um avião é inferior àquela recebida por um radar embarcado em um satélite. Considerando que a velocidade de deslocamento de um avião de vigilância é de,

aproximadamente, $120 - 220 \text{ km/h}$ (significativamente inferior à velocidade de um satélite em baixa órbita), o sinal de eco do *clutter* para radares embarcados em avião apresenta um menor espalhamento na frequência Doppler do que o observado em SBR. Mesmo assim, esse espalhamento pode “esconder” alvos com baixa velocidade, dificultando sua detecção. Esta Dissertação tratará de radares embarcados em aeronaves, como ilustrado na Figura 1.2.

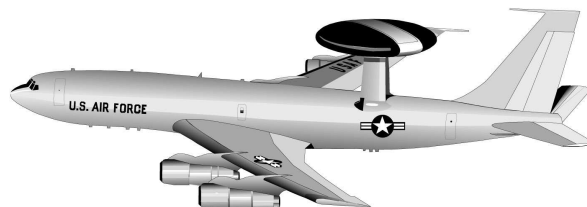


Figura 1.2: Radar embarcado em aeronave.

1.4.3 Classificação quanto ao Número de Antenas

Única Antena

O transmissor ou receptor de um radar pode ser uma única antena. Seus parâmetros construtivos terão influência no desempenho do sistema de radar. Dentre esses parâmetros, pode-se citar a abertura efetiva e o ganho direcional [parâmetros A_e e G em (1.1)]. O quanto mais diretiva for a antena, mais sofisticada será sua construção. A Figura 1.3 ilustra um radar constituído de uma única antena.



Figura 1.3: Única antena.

Como a discriminação espacial é feita pela rotação da antena, uma única direção pode ser investigada por vez. O quão menor for a velocidade de rotação da antena, maior será o número de dados coletados referentes a uma determinada região - o que aumenta a probabilidade de detecção. No entanto, uma varredura mais lenta implica num maior intervalo

de observação entre os alvos separados espacialmente - podendo perdê-los de vista. Outra desvantagem é que o diagrama de irradiação não pode ser alterado (adaptado), uma vez que depende dos parâmetros físicos da antena [14].

Array de Antenas

Num *array* de antenas, a combinação dos sinais recebidos por cada canal (antena) pode ser feita de modo a enfatizar sinais provenientes de uma determinada direção espacial. Com isso, o diagrama de irradiação é praticamente independente da orientação do *array* e pode ser adaptado. Existem diversas configurações de *arrays*, e aqui serão comentados apenas os *arrays* lineares e circulares. Outras configurações de conjuntos de antenas podem ser encontradas em [12] e [15].

- *Array* Linear

A Figura 1.4 ilustra um *array* linear, onde os sensores estão sobre uma linha. A abertura do *array* linear é dada pelo distanciamento entre o primeiro e o último sensor. Quanto mais sensores forem utilizados, maior será a capacidade de distinguir sinais próximos uns dos outros (resolução espacial do *array*) [14]. *Arrays* lineares são as



Figura 1.4: *Array* linear.

configurações mais simples existentes, o que facilita o estudo de seu comportamento. Além disso, possuem propriedades que levam a um desempenho eficiente, operando a um baixo custo computacional. Essas características facilitam a sua aplicação em tempo-real [12]. Neste trabalho será considerado um caso particular de *array* linear, em que os sensores estão espaçados de forma equidistante. Tal configuração é denominada *array* linear uniforme (ULA). *Arrays* lineares são capazes, apenas, de distinguir ângulos unidimensionais, i.e., ângulo do cone (veja Capítulo 2) [16].

- *Array Circular*

Arrays planares, como o circular da Figura 1.5, são capazes de distinguir os ângulos de azimute e elevação de um alvo. Entretanto, para um *clutter* com uma determinada frequência Doppler, estes ângulos variam conforme a distância [16]. Considere um simples exemplo como ilustrado na Figura 1.5, em que 16 sensores direcionais são empregados. Considerando que 4 sensores estejam “ativos” e o restante “em espera”, a antena “rotaciona” a passos de $22,5^\circ$. Fica claro que, à medida em que mais sensores

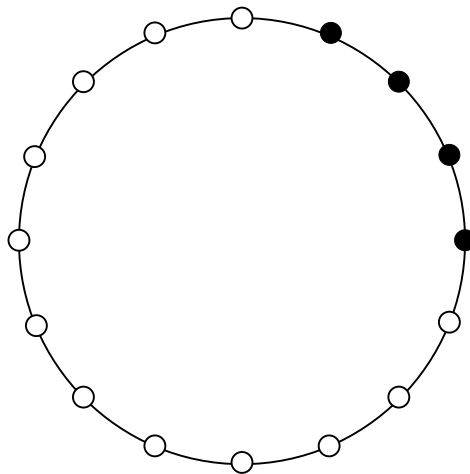


Figura 1.5: *Array* circular em anel.

forem utilizados na composição do array, melhor será sua resolução. Por exemplo, o programa UESA (*UHF Electronically Scanned Array*) [16] apresenta 60 sensores direcionais (20 “ativos” e 40 em “espera”) e o *array* “rotaciona” a passos de 6° .

Maiores informações sobre as diferentes configurações de *arrays* de antenas podem ser obtidas em [12].

1.4.4 Radares Monoestáticos e Biestáticos

Quanto ao número de transmissores e receptores, um sistema de radar pode ser classificado como monoestático ou biestático. Esta subseção faz um breve comentário sobre as características de sistemas monoestáticos e biestáticos.

- Monoestático

Radares monoestáticos são aqueles que empregam uma única antena (ou *array* de antenas) para transmitir e receber os sinais. Podem estar fixos no solo ou mesmo embarcados em aeronaves, satélites ou navios. A Figura 1.6 ilustra um radar monoestático situado no solo.

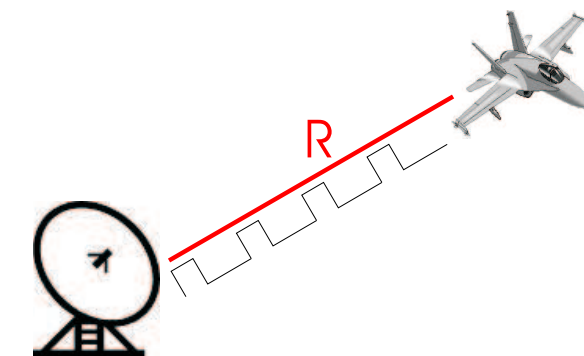


Figura 1.6: Radar monoestático.

- Biestático

Radares biestáticos utilizam duas antenas distintas (ou *array de antenas* distintos) para a transmissão e recepção dos sinais. O transmissor e o receptor estão separados por uma distância considerável, e possuem velocidades e trajetórias diferentes. Algumas configurações possíveis são: transmissor e receptor fixos no solo, transmissor fixo no solo com receptor embarcado em avião e transmissor e receptor embarcados em avião [12]. A Figura 1.7 ilustra um radar biestático com receptor e transmissor fixos no solo.

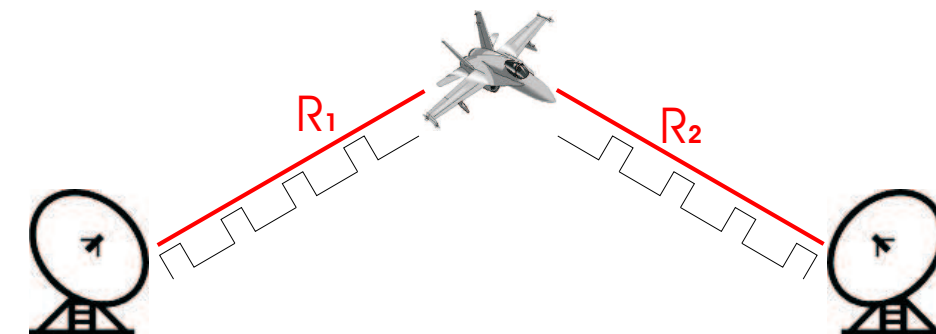


Figura 1.7: Radar biestático.

Para maiores informações sobre radares biestáticos, o leitor pode consultar [12] e [17].

1.4.5 Radares CW e MTI

Os radares podem ser classificados como CW (*Continuous Wave*) ou MTI (*Moving Target Indicator*) de acordo com a forma em que o sinal é transmitido. No primeiro caso, é transmitida uma senóide contínua no tempo, enquanto, para o segundo, são gerados pulsos a partir de uma senóide contínua.

Radares CW são utilizados para distinguir a frequência Doppler, mas são incapazes de distinguir a distância de um alvo. Tais radares são utilizados para detectar a velocidade do alvo. Os radares MTI, como o considerado nesta Dissertação, são capazes de distinguir a distância e a frequência Doppler. Um importante parâmetro destes radares é a frequência na qual os pulsos são transmitidos, PRF (*Pulse Repetition Frequency*). O período associado a esta frequência é dado por $PRI = 1/PRF$ (*Pulse Repetition Interval*). A Figura 1.8 ilustra o sinal transmitido por radares CW e MTI com frequência de operação $f_c = 1\text{ GHz}$.

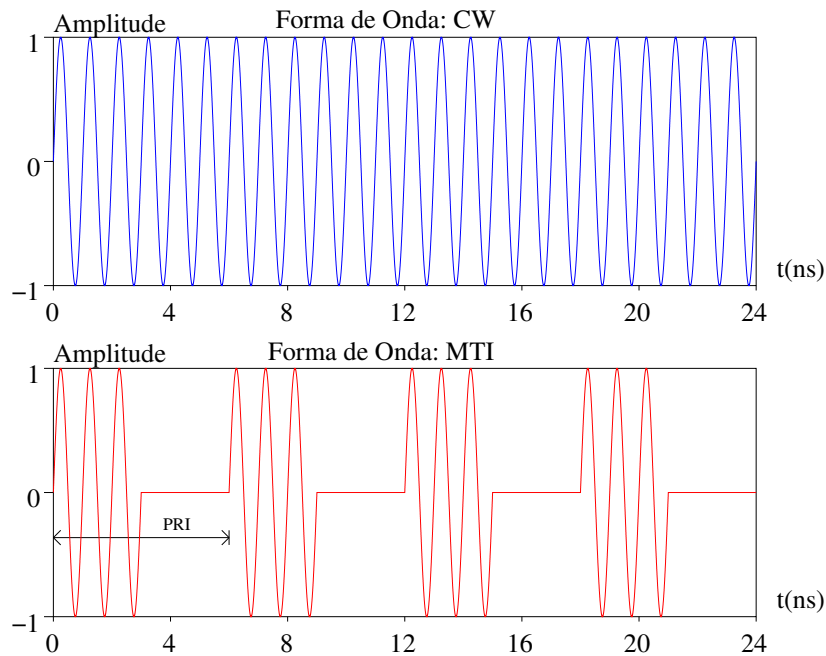


Figura 1.8: Sinais transmitidos por radares CW e MTI.

1.5 Ambiguidades

1.5.1 Distâncias Ambíguas e Não-Ambíguas

Deve-se salientar que nem todas as distâncias são distinguíveis para radares MTI. As distâncias entre o transmissor e o alvo as quais o tempo de retorno do sinal de eco é maior do que um PRI são chamadas de distâncias ambíguas. Considere a Figura 1.9. Se o tempo necessário para que um pulso chegue a uma distância R é dado por t_1 , e a frequência de transmissão de pulsos é dada por $PRF=1/PRI$, sabe-se que:

$$R = ct_1, \quad (1.2)$$

em que c é a velocidade da luz. Para que R seja uma distância não-ambígua, então t_1 deve satisfazer a equação

$$2t_1 \leq PRI. \quad (1.3)$$

Note que o fator 2 leva em consideração os trajetos de ida e de volta do pulso. No caso limite, $2t_1 = PRI$, tem-se a máxima distância não-ambígua, i.e., $R = R_{max}$, dada por:

$$R_{max} = c \frac{PRI}{2} \quad (1.4)$$

$$= \frac{c}{2PRF} \quad (1.5)$$

Para distâncias ambíguas, a inequação (1.3) não é válida, isto é, $2t_1 > PRI$. A Figura 1.10 ilustra esse caso, deixando claro que distâncias ambíguas ocorrem quando o tempo de retorno de seu respectivo sinal de eco é maior do que um PRI. A Figura 1.11 ilustra as máximas distâncias *não-ambíguas* em função da PRF, segundo (1.5). Um alvo detectado em uma distância ambígua pode estar tanto na posição indicada como em qualquer distância determinada por números múltiplos da PRI [12].

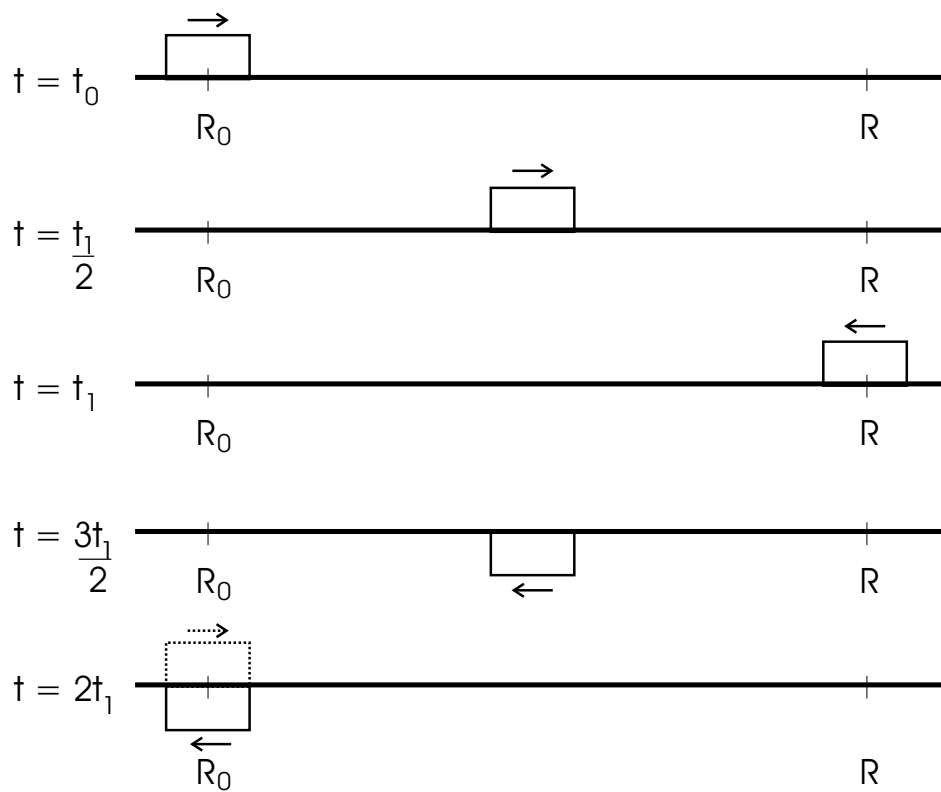


Figura 1.9: Máxima distância não-ambígua.

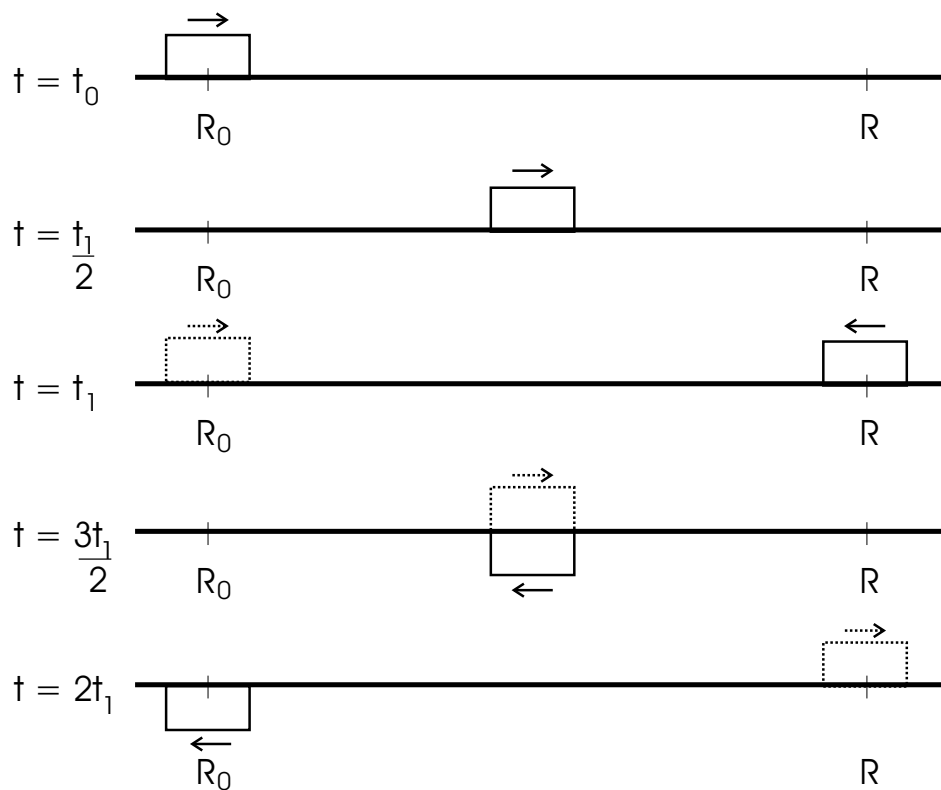


Figura 1.10: Distância ambígua.

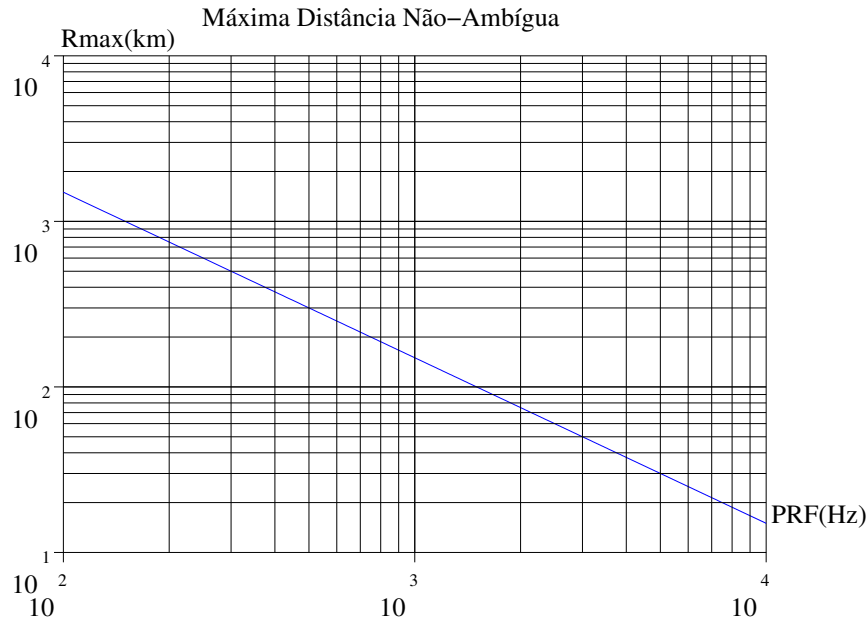


Figura 1.11: Máxima distância não-ambígua em função da PRF.

1.5.2 Velocidades Cegas

Da mesma forma que existem distâncias ambíguas, existem velocidades cegas, que ocorrem quando a frequência Doppler do objeto detectado é um número múltiplo da PRF. A n -ésima velocidade cega (veja Capítulo 2) é dada por

$$v_n = \frac{n\lambda PRF}{2} = \frac{ncPRF}{2f_c} \quad (1.6)$$

em que λ é o comprimento de onda, em metros. O comprimento de onda está relacionado com a frequência de operação f_c (veja Tabela 1.1) segundo a expressão $c = \lambda f_c$. O radar MTI irá rejeitar qualquer alvo cuja frequência Doppler seja múltipla da PRF. Uma alternativa para o problema das velocidades cegas seria variar a PRF, o que é chamado, na literatura, de *staggered PRF*. Neste trabalho limita-se ao caso em que a PRF é constante. Maiores informações quanto às vantagens e desvantagens da utilização de *staggered PRF* podem ser encontradas em [12].

A Tabela 1.2 a seguir ilustra a primeira velocidade cega ($n = 1$), bem como a máxima distância não-ambígua para os mesmos parâmetros.

Tabela 1.2: Primeira velocidade cega v_1 e máxima distância não-ambígua R_{max} em função da frequência de operação f_c e da PRF.

v_1 (km/h)	R_{max} (km)	f_c (GHz)	PRF (Hz)
135	600	1	250
540	150	1	1000
45	600	3	250
180	150	3	1000
22,5	600	6	250
90	150	6	1000

1.6 Fontes de Interferência

As fontes de interferência que serão consideradas neste trabalho são ruído, *jamming* e *clutter*. A seguir, descreve-se algumas das propriedades dessas fontes de interferência. Uma lista mais detalhada dessas fontes pode ser encontrada em [1] e nas referências lá descritas.

1.6.1 Ruído

O termo “ruído” aqui citado refere-se ao ruídos térmico, presente em todos os sistemas elétricos.

1.6.2 *Jamming*

Jammers são fontes de interferência hostis, encontradas em aplicações militares. Tentam confundir ou enganar o radar. Para confundi-lo, escondem o alvo enchendo a tela do radar com ruído semelhante ao *clutter*. O radar pode ser enganado pela emissão de pulsos eletromagnéticos falsos, de modo que, ao radar, pareçam ecos retornados de alvos reais. Um

elevado número de falsos alvos na tela do radar pode sobrecarregar o sistema, levando à perda de alvos reais, ou então levando o sistema de defesa a atacar alvos inexistentes. As diversas técnicas de interferir eletronicamente no desempenho de um radar são conhecidas como contra-medidas eletrônicas, ECM (*Electronic Countermeasures*), e podem ser caracterizadas como ativas e passivas [1]. Radares militares devem ser projetados de modo a apresentar bom funcionamento tanto nas situações mais favoráveis como nas mais hostis, devido aos efeitos da ECM.

ECM Ativas

ECM ativas são fontes geradoras ou amplificadoras de energia eletromagnética e que transmitem-na ao radar.

- *Spot Jammers*

Geram ruído numa faixa de frequência que encha a largura de banda do radar, podendo limitar severamente seu desempenho. O fator que o torna eficiente (concentração de potência numa banda estreita de frequência) é também seu ponto fraco. Alterando rapidamente a frequência de operação do radar, de forma que a fonte de interferência não consiga acompanhar esta mudança, é possível solucionar esse problema.

- *Barrage Jammers*

Geram ruído numa faixa de frequência relativamente grande. Sua largura de banda engloba toda a faixa de frequências possíveis de um radar. Desta forma, mesmo mudando a frequência, o radar sofrerá forte interferência. No entanto, este tipo de fonte de interferência pode não ser tão eficiente como os *Spot Jammers* quando a frequência de operação do radar é fixa, pois sua potência está espalhada por todo o espectro.

- *Sweepthrough Jammers*

Ao invés de emitir ruído em uma faixa estreita (*Spot Jammers*) ou em uma grande faixa (*Barrage Jammers*) de frequência, este tipo de fonte de interferência gera ruído

em uma única frequência, que varia de forma aleatória ao longo do tempo, dentro da largura de banda do radar.

- *Repeater Jammers*

Um alvo sob vigilância de um radar pode gerar *falsos* sinais de eco, atrasando os sinais transmitidos pelo radar e retransmitindo-os após um pequeno intervalo de tempo. O atraso desta retransmissão causa ao radar a impressão de que o *jammer* se encontra a uma distância e/ou posição angular diferente da real.

- *Transponder*

É um repetidor que transmite de volta ao radar réplicas armazenadas de pulsos previamente transmitidos. O sinal transmitido pelo *transponder* é gerado de maneira que se pareça o máximo possível com o sinal transmitido pelo radar. Pode ser programado para ficar em “silêncio” quando iluminado pelo lobo principal do radar e transmitir apenas quando iluminado por lobos secundários, criando alvos falsos na tela do radar em direções não condizentes com a posição do alvo real.

ECM Passivas

Ao invés de gerar ou amplificar energia eletromagnética como as ECM ativas, as ECM passivas agem de forma a alterar a energia refletida na direção do radar.

- *Chaff*

Consiste num grande número de dipolos refletores que, na forma de tiras metálicas, são agrupados e soltos por um avião. O vento se encarrega de espalhá-los, formando uma grande nuvem refletora. Esta nuvem pode ter seção transversal de radar (RCS) [1] comparável à de um avião. Nuvens metálicas podem ser criadas para que o radar interprete-as como alvos. O sistema de radar pode ser confundido quando é formado um *Corridor chaff*, em que são liberados elementos refletores ao longo de uma distância a ser percorrida por um objeto, criando um efeito de “cortina de fumaça”.

- *Decoys*

São pequenos objetos que, para o radar, são aeronaves devido à sua RCS. Desta forma, o sistema de radar irá interpretá-los como objeto hostil e os atacará. Podem sobrecarregar o sistema de defesa caso o número de *decoys* seja elevado. *Decoys* podem carregar carga destrutiva, e, portanto, uma estratégia de defesa seria a destruição desses objetos, mesmo quando identificados como alvos falsos.

- Redução da RCS

Esta forma de ECM passiva pode estar presente, basicamente, de duas maneiras. Ou o objeto é contruído de forma que hajam curvaturas duplas (em duas dimensões), ou emprega-se materiais que absorvam a energia do sinal eletromagnético incidente.

Os *jammers* considerados nesta Dissertação serão do tipo *Barrage Jammers* por serem a forma mais encontrada na literatura.

1.6.3 *Clutter*

É o ruído proveniente dos pulsos emitidos pelo radar, refletidos em superfícies como o solo, montanhas, oceano, árvores ou em objetos construídos pelo homem, como, por exemplo, edifícios e estradas. Seu efeito é “bagunçar” a imagem na tela do radar, dificultando a detecção de alvos. Deve-se deixar claro que, dependendo da aplicação, o sinal retornado pode ser classificado como *clutter* ou alvo. Por exemplo, nuvens carregadas são o alvo de radares meteorológicos, mas para um radar que procure por aviões o sinal de eco desses objetos, é considerado *clutter*. Para esta Dissertação, os alvos são aeronaves, veículos, etc., ao passo que ecos provenientes do solo, oceano, vegetação, etc., são interferências (i.e., *clutter*).

Os sinais de eco proveniente de clutter podem ser classificados como *isolados* ou *compostos*. São isolados quando o pulso transmitido incide sobre um objeto pontual. Seu tamanho é pequeno o suficiente para ficar dentro da área de cobertura do feixe do radar. Um exemplo é uma caixa d’água sobre uma torre. A forma mais comum de *clutter* ocorre quando os pulsos transmitidos incidem sobre o solo, oceano, montanhas, etc. Estes são exemplos de “alvos”

cujos ecos são considerados compostos. O cancelamento de *clutter* isolado normalmente não apresenta maiores dificuldades ao projetista. No entanto, *clutter* composto pode limitar severamente a capacidade de detecção do radar caso sua RCS seja grande.

Edifícios, torres e outras estruturas construídas pelo homem refletem o sinal incidente de maneira mais intensa do que simples objetos do campo, devido à presença de superfícies planas e arestas refletoras. *Clutter* proveniente do oceano pode limitar severamente a capacidade de um radar a bordo de um avião ou navio detectar alvos, especialmente quando estão próximos à superfície do mar. A magnitude desses ecos indesejáveis depende do ângulo de incidência que o feixe do radar faz com a horizontal, do comprimento de onda e da polarização da energia eletromagnética transmitida pelo radar, do grau de agitação das ondas no mar e da velocidade do vento.

Radares podem apresentar sensibilidade a efeitos climáticos como neblina, chuva ou neve. Entretanto, isto não é verdade para todos os tipos de radar. Em geral, alguns radares podem ser fortemente afetados pela presença de efeitos meteorológicos ou climáticos. Radares que operam em baixas frequências não sofrem de tal degradação no seu desempenho. No entanto, para radares que operam em altas frequências, ecos provenientes de efeitos climáticos podem ser fortes o suficiente a ponto de mascarar os sinais de eco do alvo, assim como qualquer outro tipo de *clutter* o faria.

Uma parte significativa dos esforços na área de radares tem sido o desenvolvimento de técnicas que permitam uma detecção satisfatória de alvos na presença de *clutter*. Um dos métodos mais importantes no combate ao *clutter* é o radar MTI e, para radares embarcados, o processamento adaptativo espaço-temporal (STAP), que será discutido nos demais capítulos desta Dissertação.

1.7 Organização do Trabalho

Esta Dissertação está organizada da seguinte maneira: o Capítulo 2 trata da modelagem dos sinais recebidos, do processamento espacial *beamforming*, processamento temporal

e espaço-temporal (STAP) ótimo. No Capítulo 3 serão discutidos algoritmos adaptativos no domínio espaço-temporal, dentre eles, os algoritmos SMI (*Sample Matrix Inversion*) e PC (*Principal Components*). No Capítulo 4 será introduzido o algoritmo RSMI, principal contribuição deste trabalho. A seguir, no Capítulo 5 serão considerados alguns efeitos encontrados em situações reais, e os algoritmos adaptativos serão modificados através de *Covariance Matrix Tapers*, a fim de incorporar tais efeitos. Finalmente, no Capítulo 6 será feita uma conclusão geral sobre o trabalho, e serão destacadas as principais contribuições dadas, assim como serão apresentadas sugestões para futuros trabalhos.

1.8 Conclusão

Neste capítulo fez-se inicialmente uma breve revisão da história do radar, destacando sua origem e importância em aplicações militares. As seções seguintes apresentaram uma discussão sobre alguns tipos de radar e efeitos físicos associados aos parâmetros f_c e PRI (i.e., máxima distância não-ambígua e velocidades cegas). Finalmente, foram comentadas as diferentes formas de interferência encontradas em sistemas de radar em aplicações militares. Além do ruído, foram descritas características de *jammers* - interferência intencional, e *clutter* - sinal de eco proveniente de objetos refletoras como montanhas, árvores, oceano, etc.

A configuração utilizada durante toda a Dissertação será um radar composto de um *array* linear uniforme, MTI e embarcado em uma aeronave. Os *jammers* serão do tipo *barrage jammers* e o *clutter* considerado será do tipo composto.

Capítulo 2

Processamento Espaço-Temporal em Sistemas de Radar

Este capítulo tem como finalidade introduzir o leitor ao processamento de sinais em sistemas de radar no domínio espaço-temporal. Para isso, primeiramente será feita uma revisão sobre o processamento espacial, conhecido como *beamforming*, cujo objetivo é estimar o sinal proveniente de uma direção de interesse na presença de interferência e de ruído, mesmo que estes sinais possuam componentes na mesma faixa de frequência [18]. Será considerado apenas o caso de um *array* linear uniforme (ULA), e suas principais características serão exploradas. Este capítulo está organizado da forma que segue. Na primeira seção serão abordados os princípios básicos do processamento espacial realizado por *arrays* lineares, como a amostragem espacial dos sinais incidentes sobre o *array*, o processo de recepção dos sinais (demodulação seguida de conversão A/D), o diagrama de irradiação (*beam pattern*) e a abertura do *array*. A seção seguinte abordará o efeito Doppler presente na frequência e na fase dos sinais recebidos por um radar. A frequência Doppler é de grande importância pois, como mencionada no Capítulo 1, traz informação quanto à velocidade radial do objeto detectado. Tendo como base o processamento espacial e o efeito Doppler, a terceira seção discutirá a distinção dos sinais recebidos através da informação Doppler presente nesses sinais utilizando um filtro que processará as amostras do processo para diferentes instantes múltiplos do

PRI. Essa forma de processamento será referida como processamento temporal. Com estes conceitos em mente, a quarta seção irá combinar os processamentos espacial e temporal, visando aumentar a probabilidade de detecção de alvos na presença de interferência (*jamming* e *clutter*) e de ruído. O processamento espaço-temporal que será estudado neste capítulo é ótimo no sentido estatístico, ou seja, dadas as estatísticas de segunda ordem das fontes de interferência, obtém-se o melhor filtro que cancele as interferências com base em suas estatísticas. Finalmente, na última seção será feita uma revisão sobre os tópicos discutidos ao longo do capítulo.

2.1 Processamento Espacial

2.1.1 O Array Linear Uniforme

Considere um conjunto de N antenas dispostas sobre uma linha reta e separadas entre si por uma distância igual a d , conforme a Figura 2.1 a seguir, em que d é o espaçamento entre os sensores, em metros. Normalmente d é medido em comprimentos de onda λ do sinal processado. Conforme discutido no Capítulo 1, o ULA será a configuração utilizada neste trabalho e fará a amostragem *espacial* dos sinais recebidos.

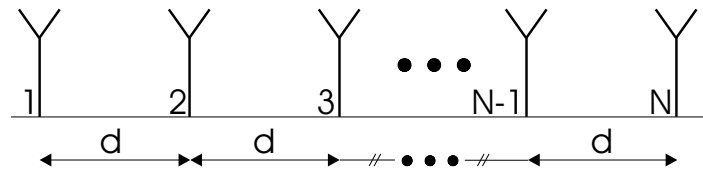


Figura 2.1: ULA com N elementos.

Ângulo do Cone

Utilizando coordenadas esféricas, a posição de um ponto P no espaço pode ser descrita em função da distância (R), do ângulo de elevação ϕ_{el} e do ângulo de azimute ϕ_{az} em relação a um referencial, isto é, $P(R, \phi_{az}, \phi_{el})$. Desta forma, um sinal que incide sobre o ULA pode ser descrito nessas coordenadas, conforme ilustrado na Figura 2.2. A distância de propagação

entre elementos vizinhos do ULA é dada por

$$d_x = d \sin \phi_{az} \cos \phi_{el} \quad (2.1)$$

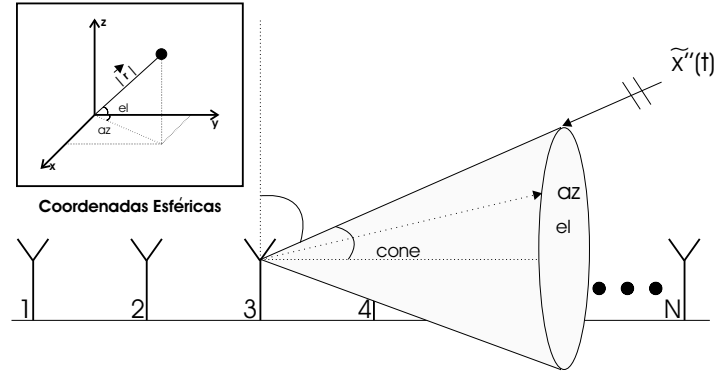


Figura 2.2: Sinal incidente, em coordenadas esféricas, e cone de ambiguidade angular.

Percebe-se, em (2.1), que diferentes pares ϕ_{az} e ϕ_{el} produzem o mesmo produto $\sin \phi_{az} \cos \phi_{el}$. As possíveis combinações dos ângulos de azimuth e elevação que levam a um mesmo valor em (2.1) geram uma região espacial ambígua, na forma de um cone, conforme ilustrado na Figura 2.2. Como consequência, *arrays* lineares são capazes de distinguir somente uma componente angular, deixando um cone de indecisão [15]. Desta forma, os ângulos ϕ_{el} e ϕ_{az} não serão distinguidos, mas sim o ângulo de chegada (*Angle of Arrival* - AoA) ϕ em relação ao *array*, dado por

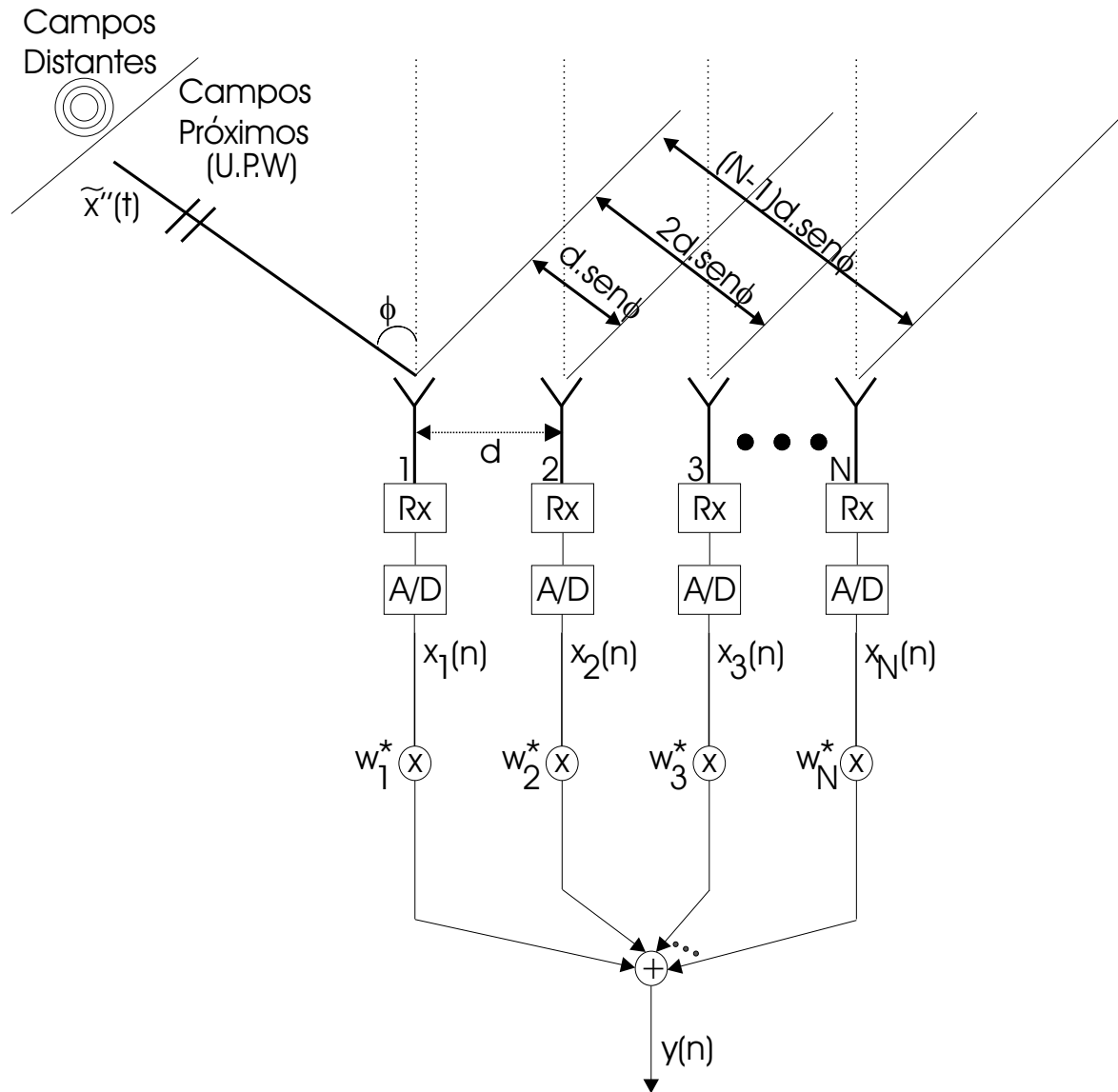
$$\sin \phi = \sin \phi_{az} \cos \phi_{el} \quad (2.2)$$

em que ϕ é função do ângulo de cone ϕ_{cone} , dada por

$$\phi = 90^\circ - \phi_{cone} \quad (2.3)$$

2.1.2 Amostragem Espacial

Considere, agora, a situação ilustrada na Figura 2.3. O sinal $\tilde{x}''(t)$ é resultado da reflexão

Figura 2.3: *Beamformer* adaptativo.

de um sinal incidente sobre algum objeto refletor que está situado a uma grande distância do *array*. Considera-se, também, que o $\tilde{x}''(t)$ seja modulado e se comporte como se fosse gerado por uma fonte isotrópica. Desta forma, nas proximidades do *array*, $\tilde{x}''(t)$ se comporta como uma onda plana uniforme [19].

Assume-se que o sinal recebido incida sobre o ULA com um ângulo ϕ em relação à normal do *array*, conforme ilustrado. Cada uma das antenas irá amostrar o mesmo sinal, porém, com um atraso em relação às antenas vizinhas, em função da distância que as separa e do ângulo de chegada ϕ . Considerando que para a primeira antena não há atraso de propagação,

e denotando $\tilde{x}_i(t)$ como sendo o sinal amostrado pela i -ésima antena do conjunto, pode-se organizar um vetor com os dados recebidos, isto é,

$$\tilde{\mathbf{x}}''(\mathbf{t}) = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1''(t) & \tilde{x}_2''(t) & \cdots & \tilde{x}_N''(t) \end{bmatrix}^T. \quad (2.4)$$

Em (2.4), T simboliza a transposição de matrizes e vetores [20]. O vetor descrito por (2.4) é freqüentemente chamado de *snapshot*, ou seja, contém uma “fotografia” dos dados recebidos em cada um dos elementos do *array* no instante t .

Ainda em relação à Figura 2.3, percebe-se que o atraso, em segundos, no recebimento do sinal $\tilde{x}''(t)$ do i -ésimo sensor para o seu vizinho é dado por [14]

$$\tau(\phi) = \frac{d \operatorname{sen} \phi}{c} \quad (2.5)$$

em que c é a velocidade da luz.

Generalizando, o n -ésimo sensor amostrará o sinal $\tilde{x}(t)$ com um atraso de

$$\tau_n(\phi) = \frac{d(n-1) \operatorname{sen} \phi}{c} \quad (2.6)$$

segundos em relação à primeira antena do *array*.

2.1.3 Desmodulação dos Sinais Recebidos

Em cada antena há um receptor (Rx) responsável pela desmodulação do sinal recebido, seguido de um conversor A/D. A Figura 2.4 ilustra o processo de desmodulação e discretização para o caso de modulação QAM. Note que, como saída do desmodulador, tem-se um sinal $x(n)$ com componentes em fase e em quadratura, podendo ser facilmente representado na forma complexa

$$x(n) = |x(n)|e^{j\theta_{x(n)}} \quad (2.7)$$

em que o módulo de $x(n)$ é representado por $|x(n)|$ e sua fase é dada por $\theta_{x(n)}$.

Considere que um radar transmita um pulso $\tilde{x}(t)$ da forma dada pela equação (2.8), com

amplitude x_0 , frequência ω_c e fase inicial igual a θ_0 :

$$\tilde{x}(t) = x_0 \text{sen}(\omega_c t + \theta_0) \quad (2.8)$$

A potência do sinal recebido P_r , após atingir um objeto refletor situado a uma distância R e

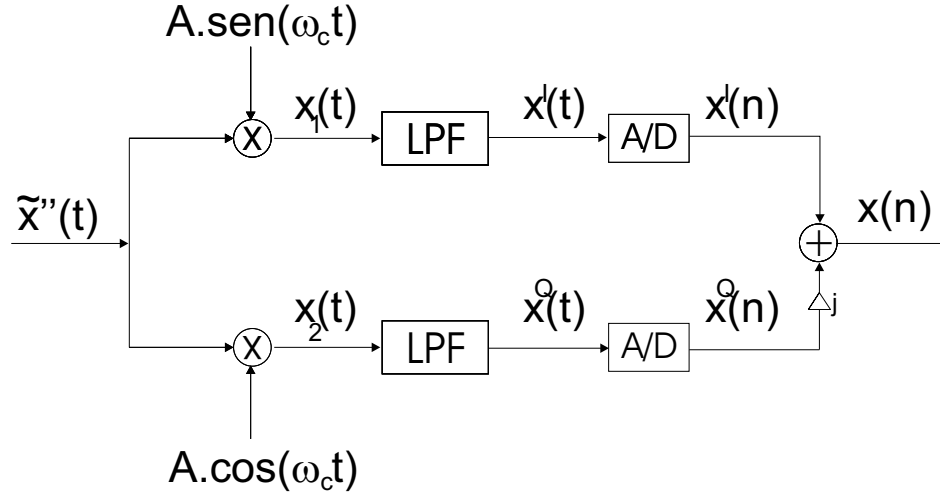


Figura 2.4: Receptor QAM.

retornar ao radar, é dada por [1]

$$P_r = \frac{P_t G A_e \sigma}{(4\pi R^2)^2}. \quad (2.9)$$

Este sinal recebido pode ser representado da seguinte forma:

$$\tilde{x}''(t) = x_0 \alpha'' \text{sen}(\omega_c t + \theta_f) \quad (2.10)$$

em que o parâmetro α'' é um escalar que modela a atenuação do sinal x_0 devido aos efeitos de propagação (2.9) e θ_f é a fase do sinal quando este retorna ao radar. As componentes em fase e em quadratura, representadas na Figura 2.4 por $x_1(n)$ e $x_2(n)$, são obtidas da seguinte

maneira

$$x_1(t) = A \operatorname{sen}(\omega_c t) \tilde{x}''(t) \quad (2.11)$$

$$= -\frac{Ax_0\alpha''}{4} (e^{j\omega_c t} - e^{-j\omega_c t}) \left\{ e^{j(\omega_c t + \theta_f)} - e^{-j(\omega_c t + \theta_f)} \right\} \quad (2.12)$$

$$= -\frac{Ax_0\alpha''}{4} \left\{ e^{j(2\omega_c t + \theta_f)} + e^{-j(2\omega_c t + \theta_f)} \right\} + \frac{Ax_0\alpha''}{4} \left\{ e^{j\theta_f} + e^{-j\theta_f} \right\} \quad (2.13)$$

$$= -\frac{Ax_0\alpha''}{2} \{ \cos(2\omega_c t + \theta_f) - \cos \theta_f \} \quad (2.14)$$

$$x_2(t) = A \cos(\omega_c t) \tilde{x}''(t) \quad (2.15)$$

$$= \frac{Ax_0\alpha''}{4j} (e^{j\omega_c t} + e^{-j\omega_c t}) \left\{ e^{j(\omega_c t + \theta_f)} - e^{-j(\omega_c t + \theta_f)} \right\} \quad (2.16)$$

$$= \frac{Ax_0\alpha''}{4j} \left\{ e^{j(2\omega_c t + \theta_f)} - e^{-j(2\omega_c t + \theta_f)} \right\} + \frac{Ax_0\alpha''}{4j} \left\{ e^{j\theta_f} - e^{-j\theta_f} \right\} \quad (2.17)$$

$$= \frac{Ax_0\alpha''}{2} \{ \operatorname{sen}(2\omega_c t + \theta_f) + \operatorname{sen} \theta_f \} \quad (2.18)$$

Definindo, por conveniência de notação, a variável α como sendo

$$\alpha \triangleq \frac{Ax_0\alpha''}{2} \quad (2.19)$$

os sinais na saída dos filtros passa-baixas (LPF) da Figura 2.4, $x_I(t)$ e $x_Q(t)$, são reescritos da seguinte forma, respectivamente:

$$x^I(t) = \alpha \cos \theta_f \quad (2.20)$$

$$x^Q(t) = \alpha \operatorname{sen} \theta_f \quad (2.21)$$

logo após a desmodulação e filtragem, estes sinais são discretizados e somados em quadra-

tura. Logo,

$$x(n) = x^I(n) + jx^Q(n) \quad (2.22)$$

$$= \alpha \{ \cos \theta_f + j \sin \theta_f \} \quad (2.23)$$

$$= \alpha e^{j\theta_f} \quad (2.24)$$

2.1.4 O Vetor de Direcionamento Espacial

Foi visto que o atraso entre os sinais recebidos pela primeira e pela n -ésima antenas do ULA é função do ângulo de incidência ϕ , assim como da distância entre antenas d [ver (2.6)]. Considerando que o sinal recebido pelo primeiro elemento do *array* possua fase igual a zero, ao atingir o n -ésimo elemento, este sinal possuirá fase igual a

$$\omega \tau_n(\phi) = \omega \frac{d(n-1) \sin \phi}{c} = 2\pi \frac{d(n-1) \sin \phi}{\lambda} \quad (2.25)$$

Utilizando a expressão (2.24) que descreve o sinal recebido pela primeira antena, após passar por um filtro passa-baixas e ser discretizado, pode-se escrever o *snapshot* dos sinais recebidos pelo *array* no instante n como

$$\mathbf{x}(n) = \alpha \left[e^{j\theta_f} \ e^{j(\theta_f + 2\pi \frac{d \sin \phi}{\lambda})} \ \dots \ e^{j(\theta_f + 2\pi \frac{d(N-1) \sin \phi}{\lambda})} \right]^T \quad (2.26)$$

$$= x(n) \left[1 \ e^{j(2\pi \frac{d \sin \phi}{\lambda})} \ \dots \ e^{j(2\pi \frac{d(N-1) \sin \phi}{\lambda})} \right]^T \quad (2.27)$$

$$= x(n) \left[1 \ e^{j2\pi \bar{\phi}} \ \dots \ e^{j2\pi(N-1)\bar{\phi}} \right]^T \quad (2.28)$$

$$= x(n) \mathbf{s}_s(\bar{\phi}) \quad (2.29)$$

em que considerou-se que o sinal incidente na primeira antena do *array* possua fase igual a θ_f e

$$\mathbf{s}_s(\bar{\phi}) = \left[1 \ e^{j2\pi \bar{\phi}} \ \dots \ e^{j2\pi(N-1)\bar{\phi}} \right]^T \quad (2.30)$$

é denominado o vetor de direcionamento espacial. Na equação (2.28), definiu-se a grandeza

adimensional

$$\bar{\phi} \triangleq \frac{d}{\lambda} \sin \phi \quad (2.31)$$

como a frequência espacial normalizada. Pode-se ainda definir o vetor de direcionamento espacial normalizado como sendo

$$\bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{s}_s(\bar{\phi}) \quad (2.32)$$

de modo que $\bar{\mathbf{s}}_s^H(\bar{\phi}) \bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}) = 1$. O operador H representa a conjugação complexa seguida de transposição de um vetor ou matriz.

2.1.5 Modelo dos Sinais

Os sinais de interesse, ruído e interferência que compõem o vetor $\mathbf{x}(n)$ serão modelados a seguir. Considera-se que o ruído térmico seja uma variável aleatória de distribuição Gaussiana, de média zero e seja espacialmente descorrelacionado [14]. Isto é, as amostras de ruído em cada um dos canais são descorrelacionadas. Definindo o sinal $x_z(n)$ como sendo a parcela de ruído presente no sistema, assumindo que este ruído seja estacionário no sentido amplo, sua função de autocorrelação é dada por

$$r_z(l) = E\{x_z(n)x_z^*(n-l)\} \quad (2.33)$$

$$= \begin{cases} \sigma_z^2 & \text{se } l = 0 \\ 0 & \text{demais } l \end{cases} \quad (2.34)$$

em que o operador $E\{\cdot\}$ representa o valor esperado de uma variável aleatória e σ_z^2 é a variância do sinal $x_z(n)$. Sua matriz de autocorrelação é dada por

$$\mathbf{R}_z = E\{\mathbf{x}_z(n)\mathbf{x}_z^H(n)\} \quad (2.35)$$

$$= \sigma_z^2 \mathbf{I} \quad (2.36)$$

em que \mathbf{I} é a matriz identidade e o vetor $\mathbf{x}_z(n)$ contém as amostras de ruído presente no sistema no instante n em cada um dos N elementos do *array*.

Os sinais de interferência (*jamming*) $x_j(n)$, ao contrário do ruído, são sinais espacialmente correlacionados [14]. Isto é, este tipo de sinal é gerado em um ponto fixo no espaço. Desta forma, um sinal de *jamming* pode ser modelado como

$$\mathbf{x}_j(n) = \sqrt{N}x_j(n)\bar{\mathbf{s}}(\bar{\phi}_j). \quad (2.37)$$

Assumindo que $\{x_j(n)\}$ seja uma seqüência i.i.d. no tempo, a matriz de autocorrelação espacial é dada por

$$\mathbf{R}_j = E\{\mathbf{x}_j(n)\mathbf{x}_j^H(n)\} \quad (2.38)$$

$$= N\sigma_j^2\bar{\mathbf{s}}(\bar{\phi}_j)\bar{\mathbf{s}}^H(\bar{\phi}_j) \quad (2.39)$$

O sinal de interesse $x_s(n)$, por sua vez, também é modelado como sendo espacialmente correlacionado, isto é

$$\mathbf{x}_s(n) = \sqrt{N}x_s(n)\bar{\mathbf{s}}(\bar{\phi}_s) \quad (2.40)$$

em que $x_s(n) = |x_s(n)|e^{j\phi_s}$ é uma variável aleatória complexa estacionária e sua fase é distribuída uniformemente entre $[0 : 2\pi]$ [21]. Define-se

$$\sigma_s^2 \triangleq E\{x_s(n)x_s^*(n)\} \quad (2.41)$$

como a variância do sinal de interesse.

Considerando que os sinais $x_z(n)$, $x_j(n)$ e $x_s(n)$ sejam estatisticamente independentes, pode-se modelar o sinal recebido pelo *array* no instante n como sendo a superposição desses três sinais distintos

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{x}_s(n) + \mathbf{x}_j(n) + \mathbf{x}_z(n) \quad (2.42)$$

$$= \sqrt{N}x_s(n)\bar{\mathbf{s}}(\bar{\phi}_s) + \sqrt{N}x_j(n)\bar{\mathbf{s}}(\bar{\phi}_j) + \mathbf{x}_z(n) \quad (2.43)$$

caso existam N_J *jammers*, a parcela $\mathbf{x}_j(n)$ deve ser escrita como

$$\mathbf{x}_j(n) = \sqrt{N} \sum_{i=1}^{N_J} x_{ji}(n) \bar{\mathbf{s}}(\bar{\phi}_{ji}) \quad (2.44)$$

A matriz de correlação do processo $\mathbf{x}(n)$ é obtida resolvendo-se

$$\mathbf{R}_{xx} = E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\} \quad (2.45)$$

$$= E\{[\mathbf{x}_s(n) + \mathbf{x}_j(n) + \mathbf{x}_z(n)][\mathbf{x}_s(n) + \mathbf{x}_j(n) + \mathbf{x}_z(n)]^H\} \quad (2.46)$$

$$= E\{\mathbf{x}_s(n)\mathbf{x}_s^H(n)\} + E\{\mathbf{x}_j(n)\mathbf{x}_j^H(n)\} + E\{\mathbf{x}_z(n)\mathbf{x}_z^H(n)\} \quad (2.47)$$

$$= N\bar{\mathbf{s}}(\bar{\phi}_s)E\{x_s(n)x_s^*(n)\}\bar{\mathbf{s}}^H(\bar{\phi}_s) + N\bar{\mathbf{s}}(\bar{\phi}_j)E\{x_j(n)x_j^*(n)\}\bar{\mathbf{s}}^H(\bar{\phi}_j) + E\{\mathbf{x}_z(n)\mathbf{x}_z^H(n)\} \quad (2.48)$$

$$= \underbrace{N\sigma_s^2\bar{\mathbf{s}}(\bar{\phi}_s)\bar{\mathbf{s}}^H(\bar{\phi}_s)}_{\mathbf{R}_s} + \underbrace{N\sigma_j^2\bar{\mathbf{s}}(\bar{\phi}_j)\bar{\mathbf{s}}^H(\bar{\phi}_j)}_{\mathbf{R}_j} + \underbrace{\sigma_n^2\mathbf{I}}_{\mathbf{R}_z} \quad (2.49)$$

$$= \mathbf{R}_s + \underbrace{\mathbf{R}_j + \mathbf{R}_z}_{\mathbf{R}} \quad (2.50)$$

$$= \mathbf{R}_s + \mathbf{R} \quad (2.51)$$

em que \mathbf{R} é a matriz de correlação da parcela de interferência e ruído.

2.1.6 *Beampattern*

Até agora foram explicadas as características do sinal incidente no ULA, o processo de recepção (i.e., desmodulação e discretização) e, em especial, chamou-se atenção para o atraso no sinal recebido em cada um dos sensores do conjunto, além da derivação do vetor de direcionamento espacial.

Ainda considerando a Figura 2.3, verifica-se multiplicadores w_i presentes em cada um dos canais (elementos do *array*), e a notação $*$ indica conjugação complexa. Tais multiplicadores são os coeficientes de um combinador linear, e podem ser representados usando a notação vetorial a seguir:

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \cdots & w_N \end{bmatrix}^T. \quad (2.52)$$

Com estes coeficientes, é possível combinar linearmente o sinal de entrada $\mathbf{x}(n)$ da seguinte forma

$$y(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n) \quad (2.53)$$

Suponha que três *jammers* estejam localizados espacialmente em ϕ_{J1} , ϕ_{J2} e ϕ_{J3} , ao passo que um alvo esteja posicionado em ϕ_{tgt} . O vetor de coeficientes será escolhido de forma que minimize a parcela de $y(n)$ devido aos *jammers* enquanto maximiza a parcela de $y(n)$ devido ao sinal de alvo. Em outras palavras, o vetor de coeficientes colocará nulos no diagrama de irradiação (*beam pattern*) nas posições onde encontravam-se as interferências, ao mesmo tempo em que dê um ganho na direção de interesse ϕ_{tgt} .

O *beam pattern* é calculado da seguinte forma. Primeiramente, calcula-se $C(\phi)$, ou *beam response* para um dado *beamformer*. Isto é, calcula-se a projeção do vetor de coeficientes \mathbf{w} para todas as possíveis direções de chegada $-90^\circ \leq \phi \leq 90^\circ$.

$$C(\bar{\phi}) = \mathbf{w}^H \bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}) \quad (2.54)$$

O *beam pattern* $B(\bar{\phi})$ é calculado conforme

$$B(\bar{\phi}) = 10 \log_{10} |C(\bar{\phi})|^2. \quad (2.55)$$

A Figura 2.5 a seguir ilustra $B(\bar{\phi})$ para um vetor de coeficientes uniformes, isto é,

$$\mathbf{w} = \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}^T \quad (2.56)$$

em função do ângulo de chegada ϕ e da frequência espacial normalizada $\bar{\phi}$. Nesta figura, o distanciamento entre os elementos é dado por $d = \frac{\lambda}{2}$. Observando a Figura 2.5, percebe-se que os lobos secundários alargam-se à medida em que o ângulo de chegada (AoA) se afasta de zero quando o domínio é ϕ . Portanto, será utilizada a frequência espacial normalizada $\bar{\phi}$ ao longo deste trabalho, o que elimina este espalhamento [22], conforme mostra a Figura 2.5. Ainda em relação à Figura 2.5, fica evidente que são dados ganhos significativos aos lo-

bos secundários. Considerando uma situação hipotética, onde existam *jammers* situados em $\bar{\phi}_{J1} = -0,21$, $\bar{\phi}_{J2} = -0,15$, $\bar{\phi}_{J3} = 0,28$ e $\bar{\phi}_{J4} = 0,34$, a Figura 2.6 ilustra o caso em que os lobos secundários não atenuam de forma satisfatória os sinais provenientes das direções onde existam fontes de interferência. Supondo que os *jammers* mencionados possuam potência de $50dB$, fica claro que a interferência ainda atrapalha a detecção de sinais no lobo principal.

Note que a expressão (2.54) pode ser reescrita como:

$$C(\bar{\phi}) = \sum_{k=0}^{N-1} w_k^* s_k \quad (2.57)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} w_k^* e^{jk2\pi\bar{\phi}} \quad (2.58)$$

com s_k sendo a k -ésima componente do vetor $\bar{s}_s(\bar{\phi})$ em (2.32). Considerando um vetor de coeficientes unitários e módulo igualmente unitário como em (2.56), tem-se

$$C(\bar{\phi}) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} e^{jk2\pi\bar{\phi}} \quad (2.59)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} (e^{j2\pi\bar{\phi}})^k \quad (2.60)$$

$$= \frac{1}{N} \frac{1 - e^{j2\pi(N-1)\bar{\phi}}}{1 - e^{j2\pi\bar{\phi}}} \quad (2.61)$$

$$= \frac{1}{N} \frac{e^{j2\pi(N-1)\bar{\phi}}}{e^{j2\pi\bar{\phi}}} \frac{\text{sen}[\pi(N-1)\bar{\phi}]}{\text{sen}(\pi\bar{\phi})} \quad (2.62)$$

tirando o módulo de (2.62), obtém-se

$$|C(\bar{\phi})| = \frac{1}{N} \left| \frac{\text{sen}[\pi(N-1)\bar{\phi}]}{\text{sen}(\pi\bar{\phi})} \right| \quad (2.63)$$

levando a um *beam pattern* na forma apresentada na Figura 2.6.

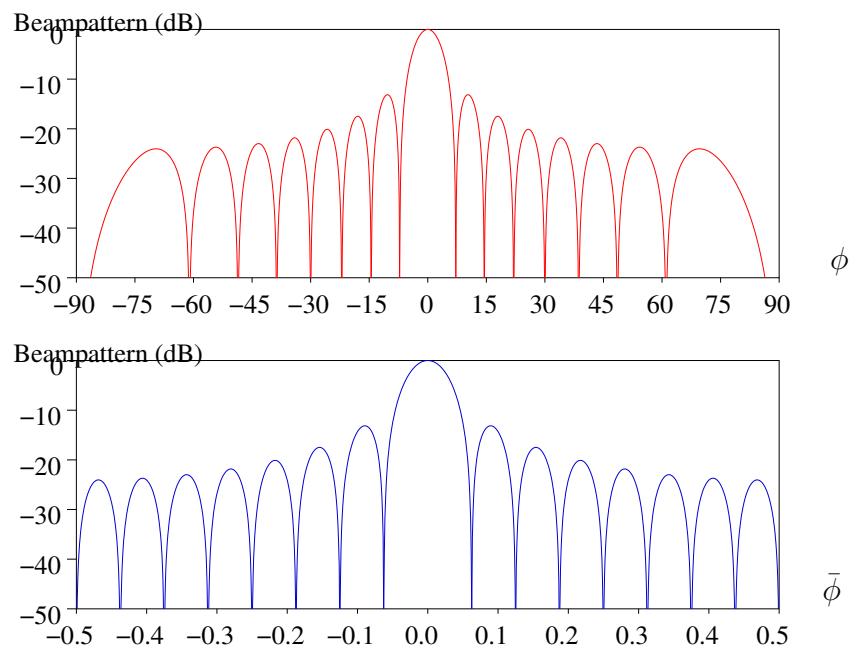


Figura 2.5: *Beampattern* para um vetor de coeficientes uniforme.

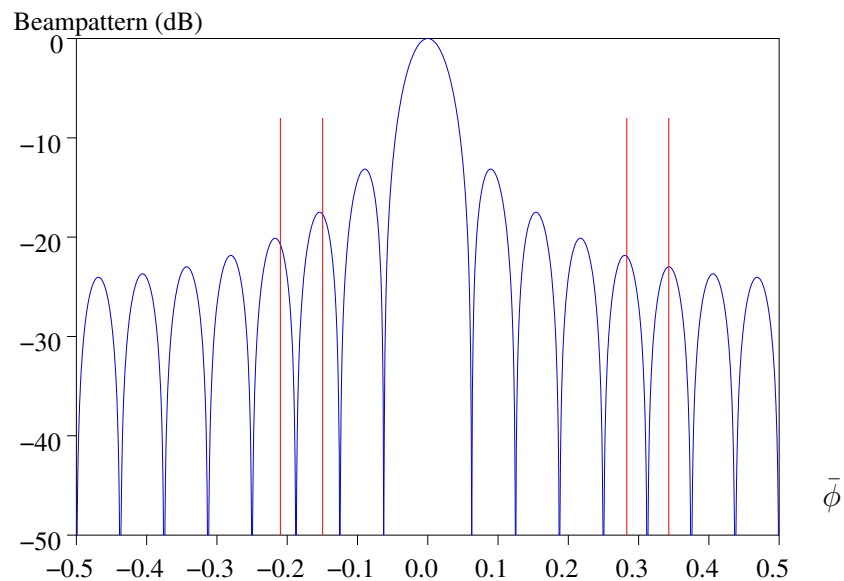


Figura 2.6: *Beampattern* para um vetor de coeficientes uniforme e posição de *jammers*.

2.1.7 Grating Lobes

Nesta subseção será analisada a influência do parâmetro d no diagrama de irradiação. Considerando a equação (2.63), verifica-se que o numerador e o denominador serão nulos

quando seus argumentos forem múltiplos de π , isto é,

$$\pi \frac{d}{\lambda} \sin \phi = k\pi \quad (2.64)$$

Reescrevendo (2.64) em função da frequência espacial normalizada, tem-se

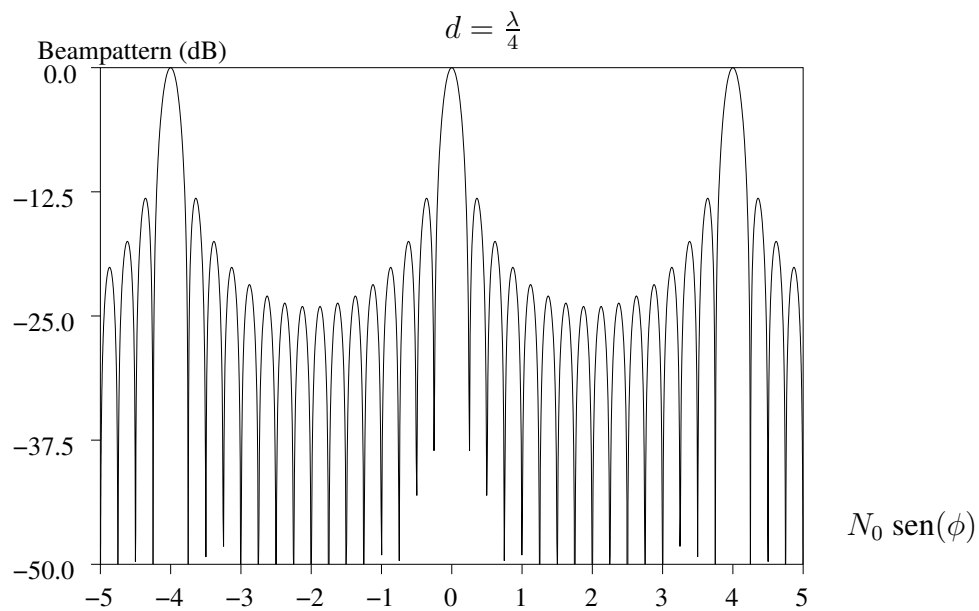
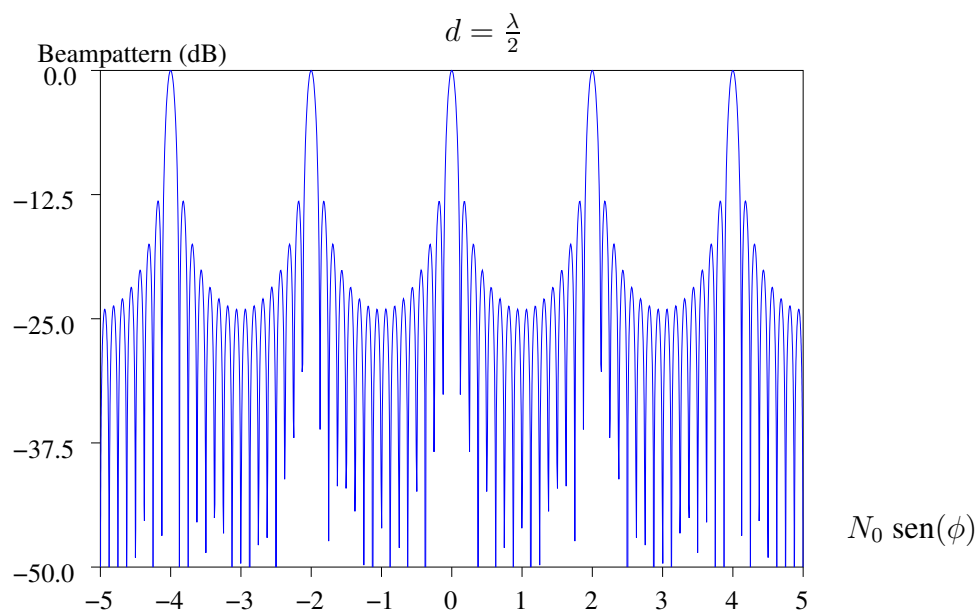
$$\pi \bar{\phi} = k\pi \quad (2.65)$$

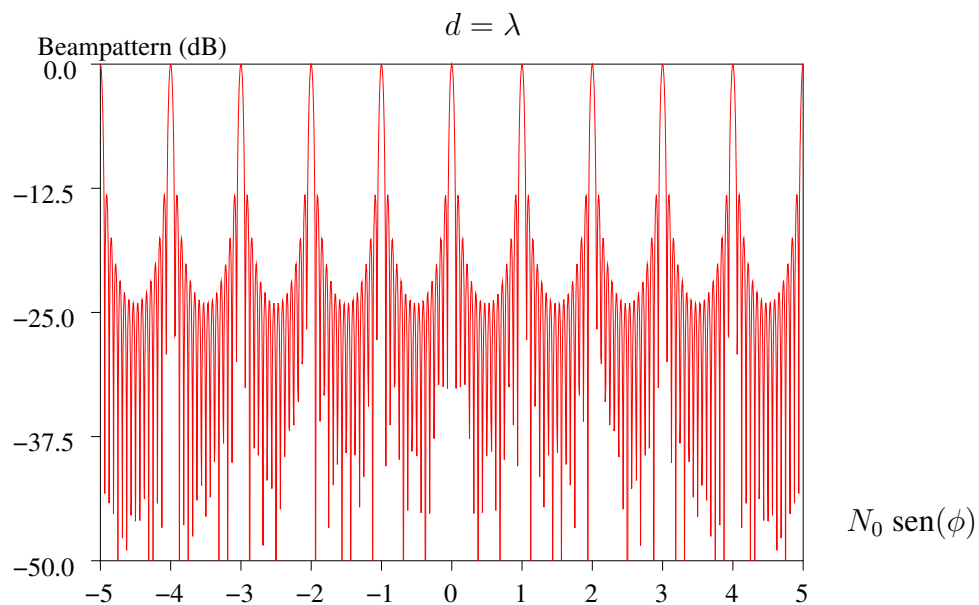
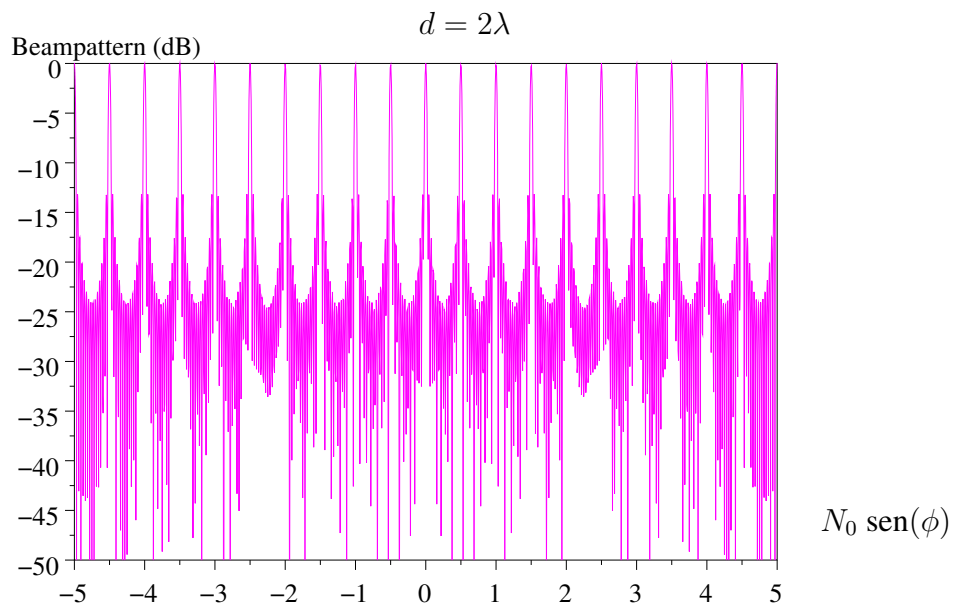
A “região visível” [15] encontra-se nos limites $-1 \leq \sin \phi \leq 1$ (ou $-\frac{d}{\lambda} \leq \bar{\phi} \leq \frac{d}{\lambda}$). Logo, quando (2.65) for satisfeita, haverão lobos secundários da mesma altura do lobo principal. Estes lobos são denominados *grating lobes*, e sua localização no domínio da frequência espacial ocorrerá para

$$\sin \phi = k \frac{\lambda}{d} \quad (2.66)$$

A Figura 2.7 a seguir ilustra a posição dos *grating lobes* em função do parâmetro d para um vetor de coeficientes uniforme.

A frequência espacial deve ser alta o suficiente para amostrar o sinal que incide sobre o *array* sem ambiguidades, de forma análoga ao Teorema de Nyquist [23]. *Grating Lobes* introduzem ambiguidade espacial. Ou seja, a sinais provenientes de regiões as quais existam *grating lobes* (no diagrama de irradiação do *array*) será dado o mesmo ganho que é dado aos sinais provenientes da direção de interesse. Na Figura 2.7 observa-se que para uma distância entre os sensores de $d = \frac{\lambda}{4}$, os *grating lobes* ocorrem em $d = \pm 4$ (e seus múltiplos), portanto, a ambiguidade está fora da região visível. No segundo caso, $d = \frac{\lambda}{2}$, as ambiguidades ocorrem em $d = \pm 2$ (e seus múltiplos), não ocasionando ambiguidades dentro da região visível. Tem-se, para este caso, uma frequência de amostragem espacial análoga à taxa de amostragem de Nyquist. Fica fácil de observar que, para $d > \frac{\lambda}{2}$, como nos dois últimos casos ilustrados na Figura 2.7, ocorre a ambigüidade espacial.

(a) ULA com distanciamento entre sensores $d = \frac{\lambda}{4}$.(b) ULA com distanciamento entre sensores $d = \frac{\lambda}{2}$.Figura 2.7: *Grating Lobes* em função da distância entre elementos do array.

(c) ULA com distanceamento entre sensores $d = \lambda$.(d) ULA com distanceamento entre sensores $d = 2\lambda$.Figura 2.7: *Grating Lobes* em função da distância entre elementos do array.

2.1.8 Abertura Espacial

O diagrama de irradiação de um processador, conforme descrito de (2.58) a (2.62), é função do número de elementos do *array*. A Figura 2.8 ilustra o aumento da abertura espacial de um ULA à medida em que mais sensores são empregados. Isto ocorre de forma análoga à DFT, em que um número maior de amostras disponíveis, leva a uma representação mais fiel no domínio da frequência. No caso do ULA, o número de sensores N representará o número de amostras (cada sensor contribui com uma amostra espacial) e, portanto, verifica-se que quanto maior for N , maior será a abertura espacial do *array* linear uniforme. Percebe-se que, à medida que ocorre o estreitamento do lobo principal, os lobos secundários são atenuados.

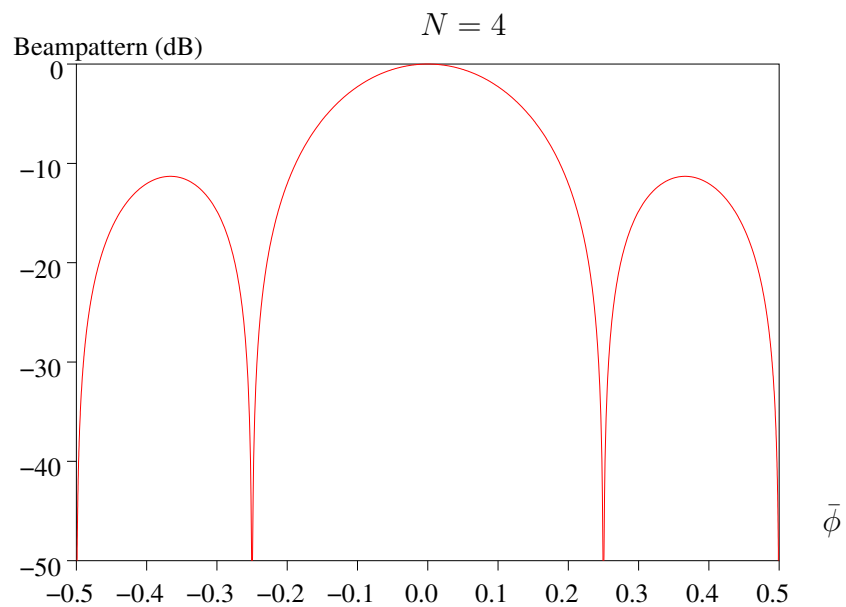
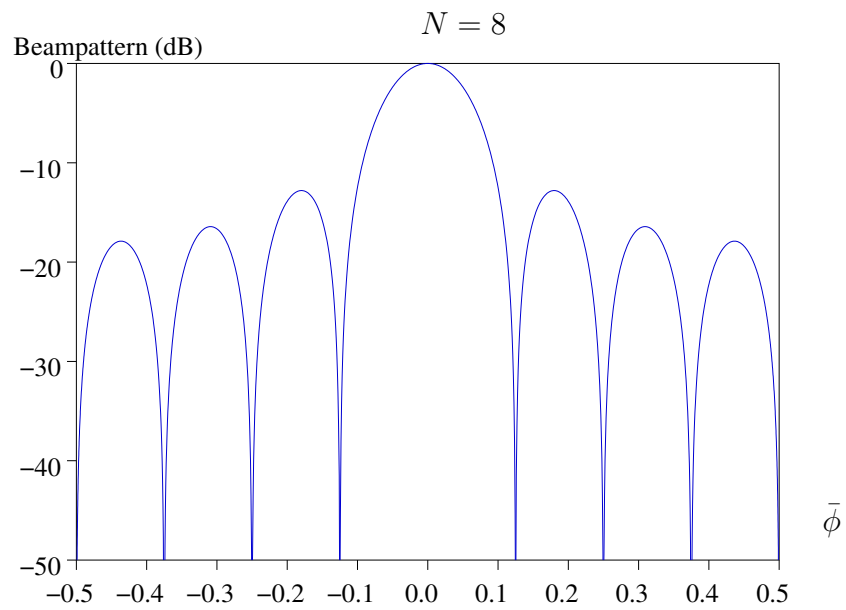
(a) ULA com $N = 4$ sensores.(b) ULA com $N = 8$ sensores.

Figura 2.8: Abertura espacial em função do número de elementos do ULA.

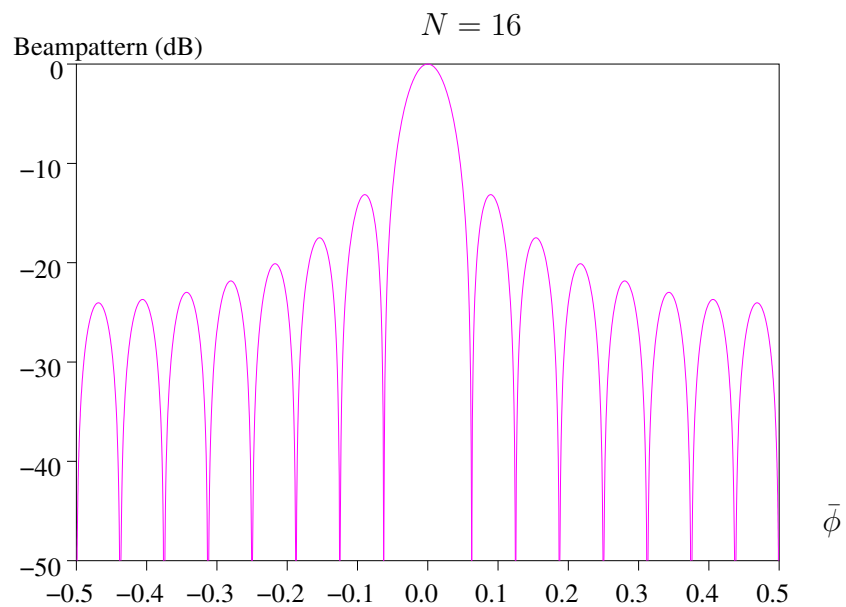
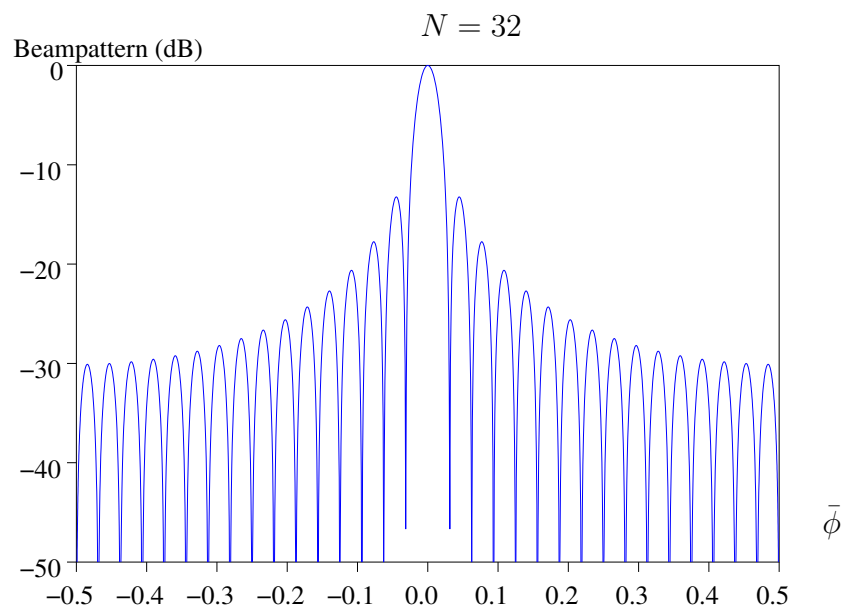
(c) ULA com $N = 16$ sensores.(d) ULA com $N = 32$ sensores.

Figura 2.8: Abertura espacial em função do número de elementos do ULA.

2.1.9 Processamento Independente ou Dependente dos Dados

Até agora foram comentados os princípios básicos do processamento de *arrays*. Outro ponto importante a ser discutido está ligado ao processador (*beamformer*) utilizado, isto é, como são obtidos os coeficientes w_i que fazem a combinação linear dos sinais recebidos. O processador pode ser obtido de forma que independa ou dependa das características dos sinais recebidos. No primeiro caso, o vetor de coeficientes \mathbf{w} é calculado de forma que apresente sempre a mesma resposta (*beampattern*) independente dos sinais recebidos. Isto é, será dado um ganho fixo para cada frequência espacial, independente da direção em que as fontes de interferência se encontrem. Seu funcionamento se assemelha a um filtro seletor de frequências, que apresentará sempre a mesma função de transferência, não importando se a faixa de frequência da interferência é alterada ou não. Já os processadores dependentes dos dados são calculados a partir do conhecimento das estatísticas dos sinais de interferência. Neste caso, a resposta do *array* varia conforme as estatísticas das fontes de interferência, de modo que seja otimizada segundo algum critério apropriado [18]. Quando essas estatísticas são desconhecidas *a priori*, ou quando variam ao longo do tempo (caso não-estacionário), utiliza-se algoritmos adaptativos para o cálculo do vetor de coeficientes, de modo que a resposta do *array* aproxime-se da resposta estatisticamente ótima.

Processamento Independente dos Dados

O processamento independente dos dados consiste em um filtro projetado de acordo com as especificações do projetista. Para sinais que não têm sua frequência alterada ao longo do tempo, essa forma de processamento é eficiente. A Figura 2.9 a seguir ilustra os coeficientes de um filtro de coeficientes uniforme que foram “janelados” por uma função de Chebyshev [11]. Os coeficientes “janelados” \mathbf{w}_{win} foram obtidos a partir dos coeficientes uniformes da seguinte maneira:

$$\mathbf{w}_{win} = \mathbf{w}_{unif} \odot \mathbf{t} \quad (2.67)$$

em que \odot representa o produto Hadamard [24] (elemento a elemento) entre o vetor de coeficientes uniforme e o vetor de coeficientes do janelamento \mathbf{t} . O diagrama de irradiação destes processadores encontram-se ilustrados na Figura 2.10. Note que à medida em que os lobos secundários são atenuados pelo “janelamento”, ocorre o alargamento do lobo principal, o que nem sempre é desejável.

Processamento Dependente dos Dados

O processamento dependente dos dados, conforme já foi explicado, depende do conhecimento *a priori* das estatísticas dos sinais de interferência (filtro ótimo), ou de uma estimativa desses parâmetros a partir dos dados recebidos (filtro adaptativo).

Neste capítulo será descrito o funcionamento dos *beamformers* ótimo e adaptativo. O primeiro será obtido a partir da solução das equações normais utilizando a matriz de correlação que descreve o processo de interferência+ruído. O *beamformer* adaptativo será empregado em duas formas distintas: na forma direta, através do algoritmo SMI, e através da estrutura GSC, em que algoritmos adaptativos como LMS e RLS serão implementados. Será feita uma interpretação física do processamento de sinais que ocorre nos dois casos citados.

• Processamento Espacial Ótimo

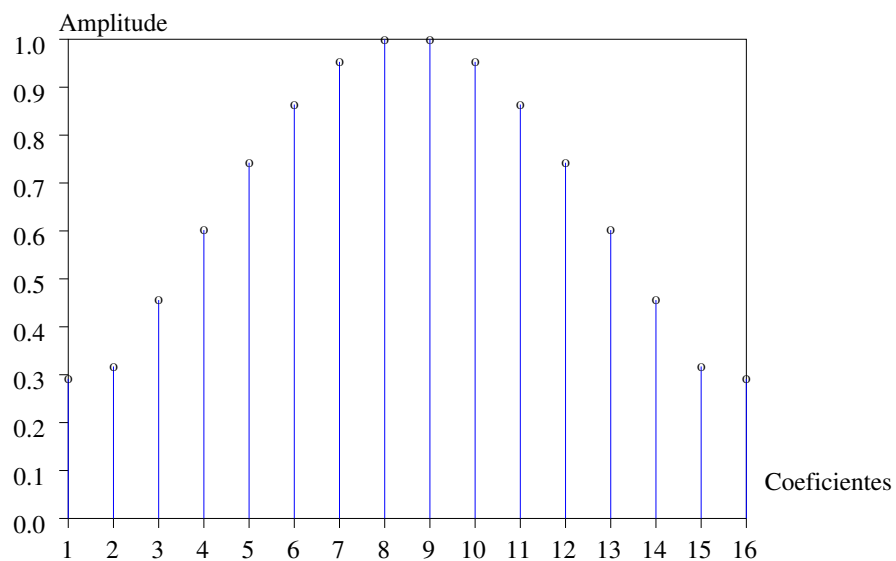
Considere o filtro \mathbf{w} ilustrado na Figura 2.11 a seguir. O vetor que representa os dados de entrada $\mathbf{x}(n)$ tem suas componentes combinadas linearmente pelo vetor de coeficientes do filtro. A saída do combinador é dada pela expressão:

$$y(n) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(n) \quad (2.68)$$

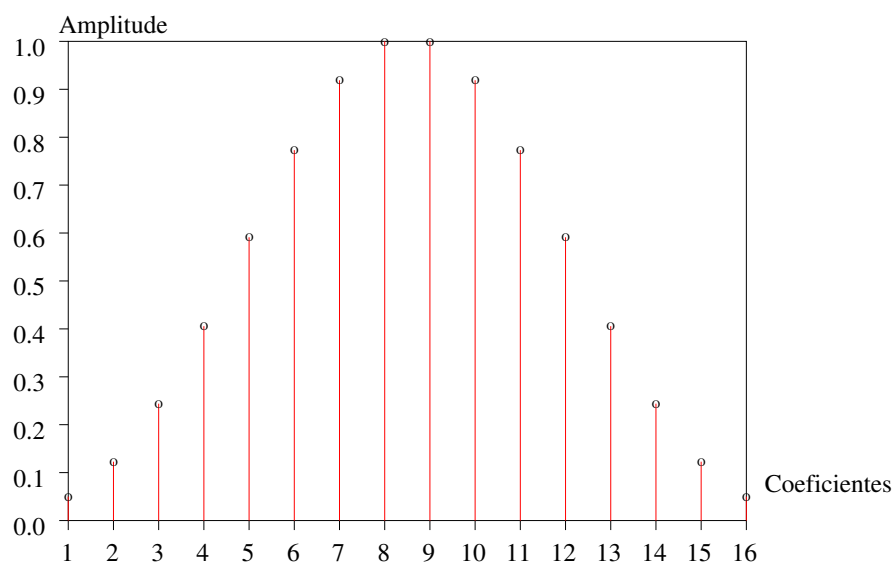
$$= \mathbf{w}^H [\mathbf{x}_s(n) + \mathbf{x}_{i+n}(n)] \quad (2.69)$$

$$= y_s(n) + y_{i+n}(n) \quad (2.70)$$

Em (2.70), as componentes $y_s(n)$ e $y_{i+n}(n)$ são, respectivamente, as componentes de sinal e ruído+interferência. O vetor de coeficientes ótimo é aquele que otimiza algum critério, função de $y(n)$. Para sistemas de radar, uma figura de mérito amplamente



(a) Coeficientes do “janelamento” Chebyshev de 30dB.



(b) Coeficientes do “janelamento” Chebyshev de 50dB.

Figura 2.9: Coeficientes do “janelamento” Chebyshev de 30dB e 50dB.

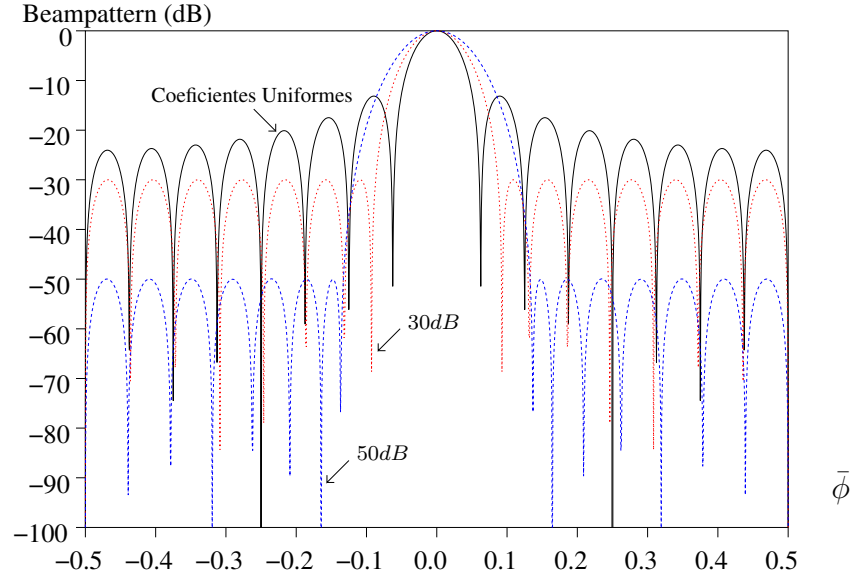


Figura 2.10: Diagrama de irradiação dos processadores uniforme e com “janelamento” do tipo Chebyshev de 30dB e 50dB.

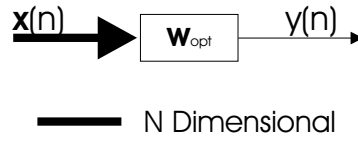


Figura 2.11: Filtro “ótimo”.

utilizada é a relação sinal-ruído+interferência na saída do filtro [15], SINR, definida como:

$$\text{SINR} = \frac{E\{|y_s(n)|^2\}}{E\{|y_{i+n}(n)|^2\}} \quad (2.71)$$

$$= \frac{E\{|\mathbf{w}^H \mathbf{x}_s(n)|^2\}}{E\{[\mathbf{w}^H \mathbf{x}_{i+n}(n)] [\mathbf{w}^H \mathbf{x}_{i+n}(n)]^*\}} \quad (2.72)$$

$$= \frac{\sigma_s^2 |\mathbf{w}^H \bar{\mathbf{s}}(\phi_0)|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}} \quad (2.73)$$

em que $\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}_{i+n}(n) \mathbf{x}_{i+n}^H(n)\}$ é a matriz de correlação dos sinais de interferência (*clutter* e *jamming*) e ruído. O vetor de coeficientes ótimo é obtido maximizando-se

(2.73), em função do vetor \mathbf{w} , ou seja [14]:

$$\mathbf{w}_{opt} = \arg \max_{\mathbf{w} \in \mathcal{C}^N} \frac{\sigma_s^2 |\mathbf{w}^H \bar{\mathbf{s}}(\phi_0)|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}} \quad (2.74)$$

Utilizando a fatoração de Cholesky [20] para a matriz de correlação do processo de interferência+ruído, $\mathbf{R} = \mathbf{L}\mathbf{L}^H$ em (2.74), e definindo $\hat{\mathbf{w}} \triangleq \mathbf{L}^H \mathbf{w}$ e $\hat{\mathbf{s}}(\phi_0) \triangleq \mathbf{L}^{-1} \bar{\mathbf{s}}(\phi_0)$, obtém-se

$$\max \frac{\sigma_s^2 |\mathbf{w}^H \bar{\mathbf{s}}(\phi_0)|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}} = \frac{\sigma_s^2 |\hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{s}}(\phi_0)|^2}{\hat{\mathbf{w}}^H \hat{\mathbf{w}}} \quad (2.75)$$

$$\leq \frac{\sigma_s^2 \|\hat{\mathbf{w}}\|^2 \|\hat{\mathbf{s}}(\phi_0)\|^2}{\|\hat{\mathbf{w}}\|^2} = \sigma_s^2 \|\hat{\mathbf{s}}(\phi_0)\|^2 \quad (2.76)$$

Logo, segundo a desigualdade de Schwartz em (2.76), o limite superior da SINR na saída do filtro será dado por:

$$\text{SINR}_{\max}(\phi_0) = \sigma_s^2 \bar{\mathbf{s}}^H(\phi_0) \mathbf{R}^{-1} \bar{\mathbf{s}}(\phi_0) \quad (2.77)$$

Note que o mesmo resultado pode ser obtido substituindo-se $\hat{\mathbf{w}} = \kappa \hat{\mathbf{s}}(\phi_0)$, $\kappa \in \mathcal{C}$, em (2.76), ou seja, qualquer vetor que seja paralelo a $\hat{\mathbf{s}}(\phi_0)$ é uma solução de (2.74). Finalmente, o vetor de coeficientes que maximiza a SINR na saída do filtro é dado por:

$$\begin{aligned} \mathbf{w}_{opt}(\phi_0) &= \kappa \mathbf{L}^{-H} \hat{\mathbf{s}}(\phi_0) \\ &= \kappa \mathbf{R}^{-1} \bar{\mathbf{s}}(\phi_0) \end{aligned} \quad (2.78)$$

em que κ é um número complexo que não afeta a SINR, podendo ser selecionado por diferentes critérios [14]. Nesta dissertação, assim como na maioria da literatura estudada, será utilizado o critério do ganho de irradiação [$C(\bar{\phi}_0)$ em (2.54)] unitário na direção de observação ϕ_0 , MVDR (*Minimum Variance Distortionless Response*).

Fazendo $C(\bar{\phi})_0 = 1$ em (2.54) com $\mathbf{w} = \mathbf{w}_{opt}(\phi_0)$ leva a

$$\kappa = \frac{1}{\bar{\mathbf{s}}^H(\phi_0) \mathbf{R}^{-1} \bar{\mathbf{s}}(\phi_0)}. \quad (2.79)$$

O vetor de coeficientes ótimo, utilizando a restrição do ganho unitário na direção de observação, é obtido substituindo-se (2.79) em (2.78), como segue:

$$\mathbf{w}_{MVDR}(\phi_0) = \frac{\mathbf{R}^{-1} \bar{\mathbf{s}}(\phi_0)}{\bar{\mathbf{s}}^H(\phi_0) \mathbf{R}^{-1} \bar{\mathbf{s}}(\phi_0)} \quad (2.80)$$

desta forma, tem-se

$$\mathbf{w}_{MVDR}^H(\phi_0) \bar{\mathbf{s}}(\phi_0) = 1 \quad (2.81)$$

Ao longo desta Dissertação será considerado apenas o caso MVDR e, portanto, não haverá explicitação no subíndice com a finalidade de simplificar a notação. A Figura 2.12 ilustra as etapas de cancelamento de interferência e detecção de um *beamformer*, conforme (2.80):

- O sinal que entra no array é filtrado através da operação $\mathbf{x}_u(n) = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{x}(n)$. Desta forma, a componente de $\mathbf{x}(n)$ devido a *jamming* é rejeitada.
- O sinal filtrado $\mathbf{x}_u(n)$ passa por um filtro casado espacial apontado para o ângulo a ser observado, $\bar{\mathbf{s}}(\phi_0)$. Esta operação é descrita por $y(n) = \kappa \bar{\mathbf{s}}^H(\phi_0) \mathbf{x}_u(n)$. Em outras palavras, será feita a projeção de $\mathbf{x}_u(n)$ na direção de interesse ϕ_0 .
- Após a passagem pelo filtro descorrelador e pelo filtro casado espacial, o sinal resultante $y(n)$ passa por um detector e será avaliado se há ou não a presença de alvo na direção ϕ_0 . Isto é feito pela comparação do valor de $y(n)$ a um limiar (*threshold*) γ_T . Caso $y(n) < \gamma_T$ a hipótese H_0 é assumida, isto é, assume-se que não há alvo presente. Caso contrário, quando $y(n) > \gamma_T$, hipótese H_1 , considera-se que o alvo foi detectado na posição angular ϕ_0 .

Estas etapas se repetem para cada ângulo de chegada (AoA) sob investigação

$(-90^\circ \leq \phi_0 \leq 90^\circ)$. Ou seja, todo o espaço deve ser “varrido” na busca por alvos.

Note que para cada direção ϕ_0 deve-se recalculer $\mathbf{w}_{MVDR}(\phi_0)$ de acordo com (2.80).

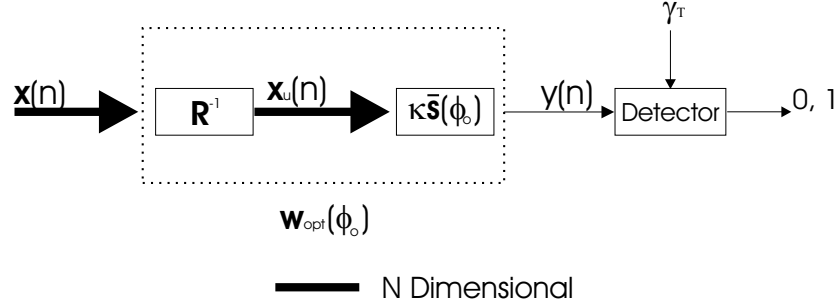


Figura 2.12: Etapas de funcionamento do filtro “ótimo”.

• Processamento Espacial Adaptativo (Forma Direta)

O processamento na forma direta, conforme ilustrado pela Figura 2.13, consiste na obtenção de um vetor de coeficientes \mathbf{w}_{opt} seguido da filtragem do vetor de dados de entrada $\mathbf{x}(n)$. O vetor de coeficientes do filtro pode ser obtido pelo algoritmo SMI - *Sample Matrix Inversion* [5]. Supondo que K seja o número de *snapshots* utilizados na estimação de \mathbf{R} e que os sinais referentes às fontes de interferência sejam processos estacionários, tem-se

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \mathbf{x}(n-k) \mathbf{x}^H(n-k). \quad (2.82)$$

Deve-se salientar que, idealmente, $\mathbf{x}(n)$ não contém amostras do sinal de interesse, isto é, $x_s(n)$, para que não ocorra cancelamento do alvo. Em seguida, calcula-se o vetor de coeficientes MVDR de acordo com a equação (2.80), mas substituindo-se \mathbf{R} por sua estimativa $\hat{\mathbf{R}}$, isto é:

$$\mathbf{w}_{SMI} = \kappa \hat{\mathbf{R}}^{-1} \bar{\mathbf{s}}(\phi_0) \quad (2.83)$$

Segundo [25], a qualidade da estimativa dada pela equação (2.82) depende da ordem N do filtro e do número de vetores K empregados, os quais estão ligados pela expressão RMB (*Reed Malett Brennan*)

$$\rho = \frac{K - N + 2}{K + 1}, \quad K \geq N \quad (2.84)$$

em que ρ é a razão entre a SINR utilizando o vetor de coeficientes estimado em (2.83) e a SINR utilizando o vetor de coeficientes ótimo.

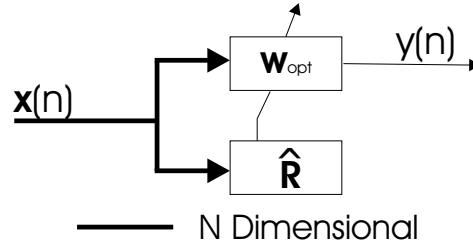


Figura 2.13: Processamento na forma direta.

Para $K = 2N$ consegue-se que a aproximação dada por (2.83) fique 3dB abaixo do resultado conseguido com os coeficientes ótimos de (2.80). Este algoritmo apresenta sérias desvantagens. Entre elas, a necessidade de inversão de matrizes e o aumento do número de vetores necessários para a estimação da matriz de correlação à medida em que mais sensores são empregados no *array*. Outra importante desvantagem do algoritmo SMI está relacionada com a qualidade dos dados usados na estimação. Isto é, se o vetor $x(n)$ de (2.82) possuir componentes provenientes do sinal de interesse (alvo), poderá ocorrer o indesejável efeito de cancelamento de alvo [26].

• Processamento Espacial Adaptativo (GSC)¹

A estrutura GSC (*Generalized Sidelobe Canceller*) tem seu diagrama de blocos ilustrado na Figura 2.14. O bloco representado por C_a refere-se a uma matriz de bloqueio ortogonal complementar à matriz de restrições C [27] (não mostrada na Figura 2.14). A matriz C conterá as L frequências espaciais, às quais deseja-se impor alguma restrição especificada por um vetor de ganho g (também não ilustrado na Figura 2.14). Consegue-se formar C_a a partir de C através de processos de ortogonalização como Gram-Schmidt, decomposição QR ou por decomposição em valores singulares (SVD). A matriz de restrições pode ser montada de diferentes maneiras. As restrições podem ser pontuais, vetoriais, por região (autovetoriais) ou uma combinação destes diferentes tipos de restrições [18]. Se o vetor de coeficientes possui N graus de liberdade, e se

¹ O material desta seção foi amplamente baseado em [27]. Vários detalhes omitidos por questão de espaço podem ser encontrados em [27].

L restrições são impostas ao problema, $N - L$ graus de liberdade estarão disponíveis para a otimização da função objetivo. Para restrições pontuais, cada coluna de \mathbf{C} conterá um vetor de direcionamento relacionado com a frequência de interesse, conforme descrito a seguir:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{s}}(\phi_0) & \bar{\mathbf{s}}(\phi_1) & \cdots & \bar{\mathbf{s}}(\phi_{L-1}) \end{bmatrix}. \quad (2.85)$$

Note que cada restrição “retira” um grau de liberdade de \mathbf{w} , logo, o número máximo de restrições possível é igual a N . Neste caso limite, tem-se um *beamformer* determinístico, ou independente dos dados de entrada. Nesta Dissertação, assim como na maioria da literatura estudada, quando utilizada a estrutura GSC, será utilizada uma única restrição ($L = 1$), do tipo pontual. Desta forma, as matrizes \mathbf{C} e \mathbf{C}_a possuirão dimensões $\mathbf{C} \in \mathcal{C}^{N \times 1}$ e $\mathbf{C}_a \in \mathcal{C}^{N \times N-1}$, respectivamente. Como consequência de \mathbf{C}_a ser ortogonal complementar a \mathbf{C} , tem-se $\mathbf{C}^H \mathbf{C}_a = \mathbf{0}$ e $\mathbf{C}_a^H \mathbf{C} = \mathbf{0}$.

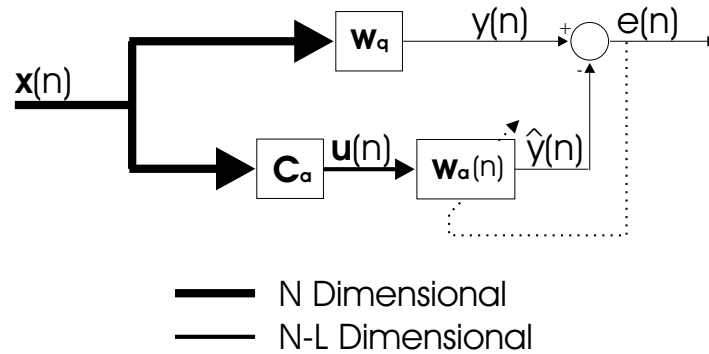


Figura 2.14: Representação alternativa do problema através da estrutura GSC.

O vetor de coeficientes “visto” pelo vetor de dados de entrada $\mathbf{x}(n)$ é dado por:

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}_q - \mathbf{C}_a \mathbf{w}_a(n) \quad (2.86)$$

no qual os vetores \mathbf{w}_q e $\mathbf{w}_a(n)$ são, respectivamente, os vetores de coeficientes quiescente e adaptativo (Figura 2.14). Estes vetores que compõem o vetor \mathbf{w} devem satisfa-

zer as restrições impostas pelo projetista conforme descrito a seguir:

$$\mathbf{C}^H \mathbf{w} = \mathbf{g} \quad (2.87)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{s}}(\phi_0) & \bar{\mathbf{s}}(\phi_1) & \cdots & \bar{\mathbf{s}}(\phi_{L-1}) \end{bmatrix}^H \mathbf{w} = \begin{bmatrix} g_0 \\ g_1 \\ \vdots \\ g_{L-1} \end{bmatrix}, \quad (2.88)$$

em que \mathbf{g} é o vetor de ganho, e g_i é um escalar que representa o ganho dado à frequência espacial ϕ_i . O vetor de coeficientes quiescente \mathbf{w}_q será função da matriz de restrições e do vetor de ganho, conforme (2.89):

$$\mathbf{w}_q = \mathbf{C} (\mathbf{C}^H \mathbf{C})^{-1} \mathbf{g} \quad (2.89)$$

este vetor deixará passar, com ganho g_i , os sinais cujas frequências espaciais ϕ_i estejam em \mathbf{C} . Finalmente, o vetor \mathbf{w}_a será um vetor de coeficientes de dimensões $\mathbf{w}_a \in \mathcal{C}^{N-L \times 1}$, e terá seus coeficientes ajustados segundo algum algoritmo adaptativo, sem restrições.

A seguir, são descritas as etapas do processamento ilustrado na Figura 2.14:

- O sinal de entrada é filtrado por um filtro que é função das restrições lineares impostas: $y(n) = \mathbf{w}_q^H \mathbf{x}(n)$, em que \mathbf{w}_q é um filtro constante (não adaptável) e dependente da matriz de restrições \mathbf{C} . Esta operação ocorre no chamado *ramo superior* da estrutura GSC.
- No *ramo inferior*, as componentes do sinal de entrada que estiverem no espaço vetorial gerado pelas colunas da matriz de restrições serão anuladas pela matriz de bloqueio \mathbf{C}_a , que é ortogonal complementar à matriz de restrições \mathbf{C} [27]. Isto é, $\mathbf{C}^H \mathbf{C}_a = \mathbf{0}$, onde $\mathbf{0}$ é uma matriz retangular com todos seus elementos iguais a zero. Ou seja, neste ramo só não é rejeitado o que fora rejeitado no ramo superior. Esta operação é dada por $\mathbf{u}(n) = \mathbf{C}_a \mathbf{x}(n)$, e em seguida, o vetor de dados $\mathbf{u}(n)$

passa por um filtro adaptativo, $\mathbf{w}_a(n)$, sem restrições. Os coeficientes deste filtro são ajustados segundo algum algoritmo adaptativo como, por exemplo, o LMS ou o RLS.

- No ramo superior serão observadas componentes de sinal, ruído e interferência proveniente da(s) direção(direções) de observação dadas pela matriz de restrições; ao passo que no ramo inferior tem-se ruído+interferência em todas as outras direções que não estão presentes na matriz de restrições. Desta forma, no ramo inferior serão estimadas as amostras de ruído+interferência do ramo superior. Matematicamente, $y(n) = s_0(n) + i_0(n) + n_0(n)$, enquanto $\hat{y}(n) = \hat{i}_0(n) + \hat{n}_0(n)$.
- A saída do ramo inferior é subtraída do sinal resultante do ramo superior, gerando um sinal de erro que será minimizado por algum algoritmo adaptativo.

Observando a estrutura GSC ilustrada na Figura 2.14 e definindo as novas variáveis:

$$y(n) \triangleq \mathbf{w}_q^H \mathbf{x}(n) \quad (2.90)$$

$$\mathbf{u}(n) \triangleq \mathbf{C}_a^H \mathbf{x}(n) \quad (2.91)$$

consegue-se formular o problema da minimização do erro médio quadrático (MSE) com um sinal desejado, conforme ilustra a Figura 2.15, ao invés da formulação através da maximização da SINR. Apesar da diferente formulação do problema, a SINR na saída do filtro é a mesma [26].

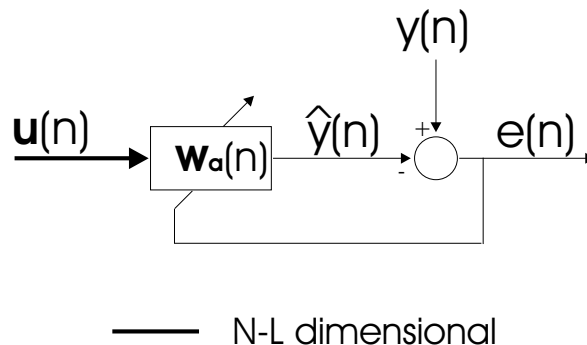


Figura 2.15: Configuração do filtro adaptativo - minimização do MSE.

A matriz de correlação do vetor $\mathbf{u}(n)$, $\mathbf{R}_{uu} \in \mathcal{C}^{N-1 \times N-1}$, é obtida da seguinte forma:

$$\mathbf{R}_{uu} = E\{\mathbf{u}(n)\mathbf{u}^H(n)\} \quad (2.92)$$

$$= E\{[\mathbf{C}_a^H \mathbf{x}(n)][\mathbf{C}_a^H \mathbf{x}(n)]^H\} \quad (2.93)$$

$$= \mathbf{C}_a^H E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\} \mathbf{C}_a \quad (2.94)$$

$$= \mathbf{C}_a^H \mathbf{R}_{xx} \mathbf{C}_a \quad (2.95)$$

$$= \underbrace{\mathbf{C}_a^H \mathbf{R}_{ss} \mathbf{C}_a}_0 + \mathbf{C}_a^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{C}_a \quad (2.96)$$

$$= \mathbf{C}_a^H \mathbf{R}_{i+n} \mathbf{C}_a \quad (2.97)$$

• Resultados de Simulação

A seguir, simulou-se os processos de cancelamento de interferência (*jamming*) e detecção para um ULA de $N = 5$ elementos. Considerou-se a presença de um jammer na posição $\bar{\phi}_j = -0, 1$, que foi modelado como uma variável aleatória complexa de distribuição gaussiana, média zero e variância $\sigma_j^2 = 40\text{dB}$. O ruído de medição também foi modelado como uma variável aleatória complexa de distribuição gaussiana, média zero e variância $\sigma_n^2 = 0\text{dB}$. Levou-se em consideração que o ruído de medição em cada sensor é independente estatisticamente dos demais. Considerou-se, também, que o sinal proveniente do alvo tenha variância $\sigma_s^2 = 10\text{dB}$ e se encontre na posição conhecida *a priori* $\bar{\phi}_{tgt} = 0, 2$. Finalmente, verifica-se que a relação sinal-ruído+interferência na entrada do filtro, SINR é de -30dB .

Os resultados de simulação desta seção comparam o *beam pattern* de *beamformers* adaptativos em relação ao beamformer “ótimo” MVDR (que requer o conhecimento *a priori* das estatísticas de segunda ordem dos sinais de interferência e ruído). Foram simulados os algoritmos LMS, RLS e SMI, e seus diagramas de irradiação foram obtidos segundo a equação (2.55), podendo ser verificados na Figura 2.16 (b), (c) e (d), respectivamente.

Comparando os resultados obtidos em simulação, ilustrados na Figura 2.16, conclui-

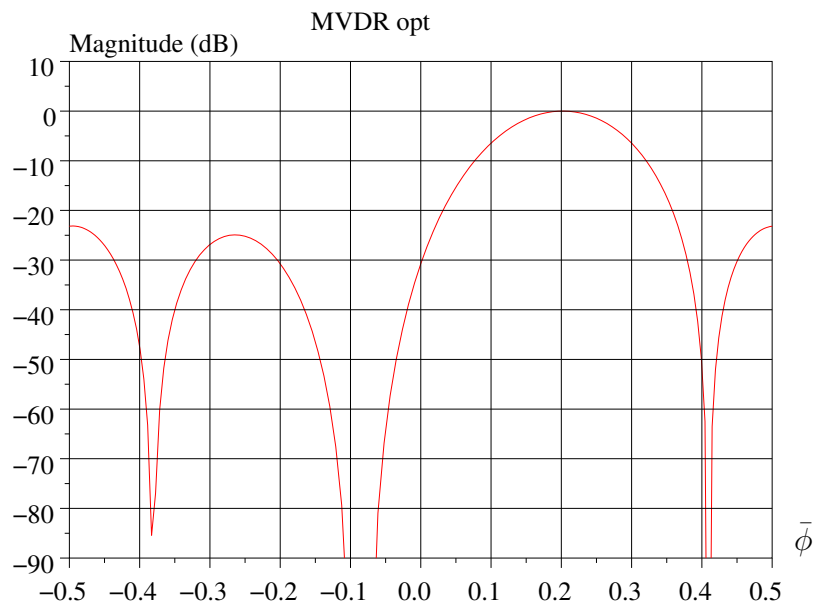
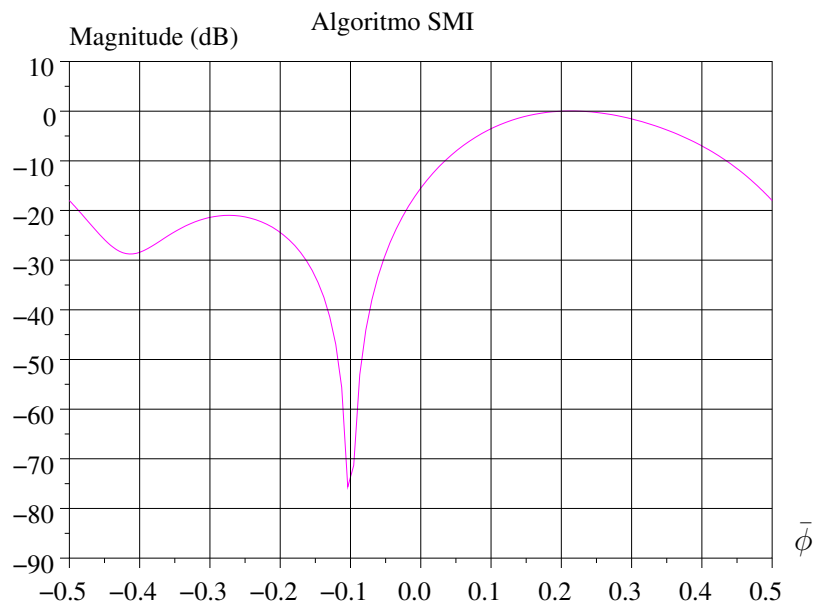
(a) *Beamformer* MVDR ótimo.(b) *Beamformer* MVDR-SMI.

Figura 2.16: Diagrama de irradiação dos coeficientes MVDR (a) Ótimo, (b) SMI, (c) LMS e (d) RLS.

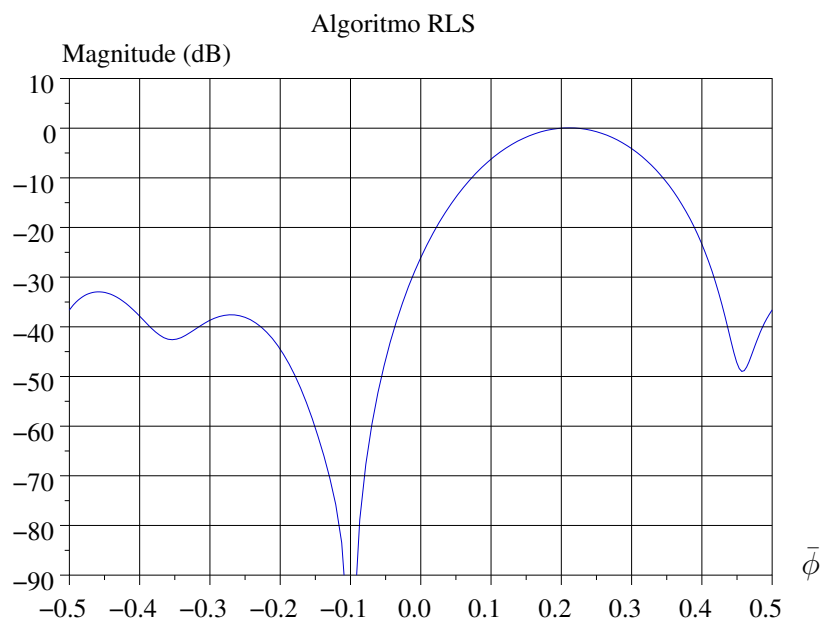
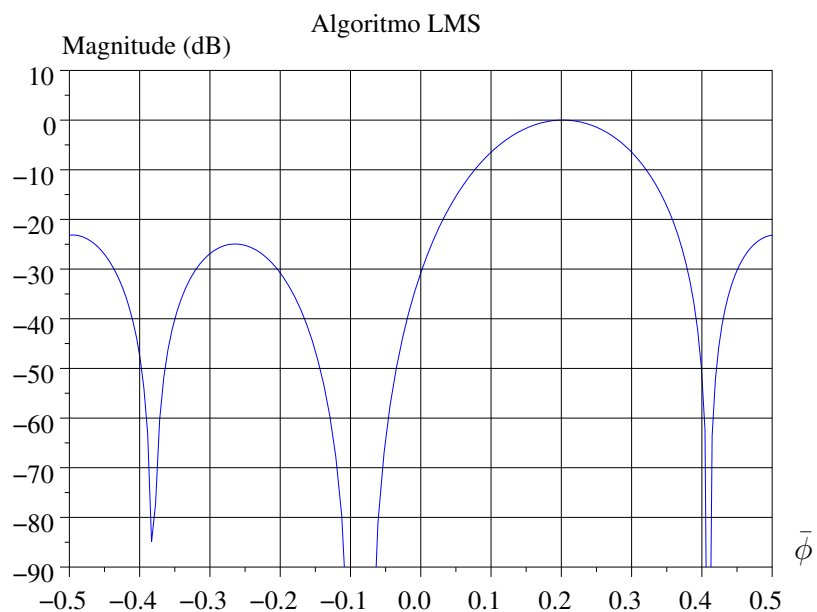
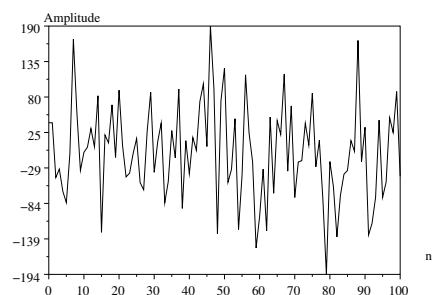


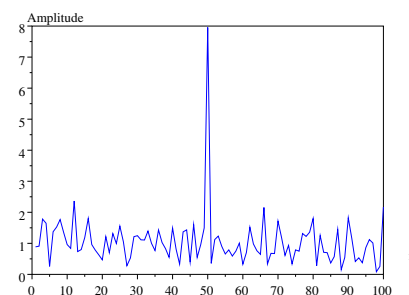
Figura 2.16: Diagrama de irradiação dos coeficientes MVDR (a) Ótimo, (b) SMI, (c) LMS e (d) RLS.

se que todos os modelos estudados apresentam forte atenuação na posição angular referente ao sinal de interferência ($\bar{\phi}_j = -0, 1$), bem como apresentam ganho unitário (0dB) na posição angular referente ao sinal proveniente do alvo ($\bar{\phi}_{tgt} = 0, 2$).

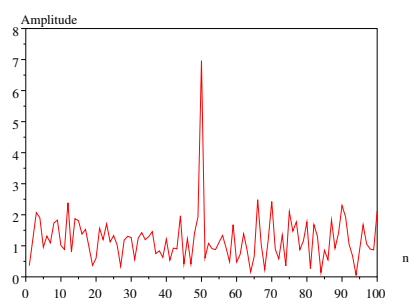
Por fim, foi simulada a entrada de 100 amostras no array. Supondo que todas as amostras, exceto a de número $n = 50$ contenham apenas componentes de interferência e ruído, foi feita a filtragem destes sinais utilizando os beamformers ótimo, SMI, LMS e RLS (após terem atingido a convergência estatística). O resultado desta simulação encontra-se na Figura 2.17 e fica claro que após o cancelamento da interferência há um sinal de alvo na amostra de número $n = 50$.



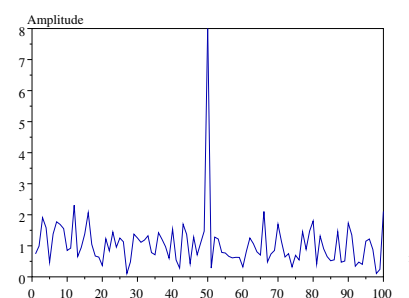
(a) Sinal de entrada.



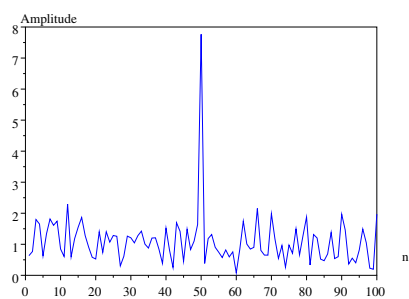
(b) Filtro MVDR ótimo.



(c) Filtro MVDR-SMI.



(d) Filtro MVDR-LMS.



(e) Filtro MVDR-RLS.

Figura 2.17: Sinal de entrada e saída para diferentes algoritmos adaptativos.

2.2 O Efeito Doppler

Considere que um alvo se encontre a uma distância R do radar. Logo, a distância percorrida pelo pulso transmitido para que atinja o alvo e retorne ao transmissor (radar monoestático) é $2R$. Sabendo que a cada comprimento de onda λ ocorre um atraso de fase de 2π radianos, a fase do sinal que retorna ao radar após atingir o alvo apresenta um atraso de $\frac{4\pi R}{\lambda}$ radianos. A frequência Doppler w_d (rad/s) do sinal recebido é dada pela taxa de variação de sua fase, isto é,

$$\begin{aligned}
 \omega_d &= 2\pi f_d \\
 &= \frac{d}{dt}\theta(t) \\
 &= \frac{4\pi}{\lambda} \frac{d}{dt}R(t) \\
 &= \frac{4\pi v_r}{\lambda}
 \end{aligned} \tag{2.98}$$

em que $\theta(t)$ é a fase do sinal ao longo do tempo, $R(t)$ é a distância a que o alvo se encontra do radar no instante de tempo t e v_r é a velocidade radial do alvo em relação ao radar. A expressão (2.98) pode ser reescrita utilizando a relação $c = \lambda f_c$, em que c é a velocidade de propagação da luz e f_c é a frequência da portadora, em Hertz, do sinal transmitido pelo radar. Assim, obtém-se

$$w_d = \frac{4\pi v_r f_c}{c} \tag{2.99}$$

A distância entre o alvo e o radar é calculada a partir do tempo necessário para que um pulso atinja o alvo e retorne ao radar. Nesta seção faz-se uma descrição analítica do pulso transmitido pelo radar que, ao atingir alvos (estáticos ou móveis), retorna ao radar com frequência e fase alteradas devido ao efeito Doppler.

Considerando o pulso transmitido por um radar dado em (2.8), o pulso recebido por um

alvo estático, em relação ao radar, situado a uma distância R_0 do mesmo é dado por

$$\begin{aligned}\tilde{x}'(t) &= x_0 \alpha' \operatorname{sen} \left[\omega_c \left(t - \frac{R_0}{c} \right) + \theta_0 \right] \\ &= x_0 \alpha' \operatorname{sen} \left(\omega_c t - \frac{\omega_c R_0}{c} + \theta_0 \right)\end{aligned}\quad (2.100)$$

em que α' é um ganho complexo que modela a atenuação sofrida por $\tilde{x}(t)$ ao longo de sua propagação. Após refletir no alvo, o sinal que retorna ao radar é dado pela expressão

$$\tilde{x}''(t) = x_0 \alpha'' \operatorname{sen} \left(\omega_c t - \frac{2\omega_c R_0}{c} + \theta_0 \right) \quad (2.101)$$

A variável α'' representa a atenuação sofrida por $\tilde{x}(t)$ durante sua propagação no percurso radar-alvo-radar. Supondo, agora, que o alvo se mova com velocidade radial constante v_r (aceleração nula), pode-se escrever a distância R , em função do tempo, conforme a equação:

$$R(t) = R_0 \mp v_r(t - t_0). \quad (2.102)$$

Note que a diferença $t - t_0$ é o tempo gasto para que o sinal chegue ao alvo. A equação (2.100) pode ser reescrita como

$$\tilde{x}'(t) = x_0 \alpha' \operatorname{sen} \left[\omega_c \left(t - \frac{R(t)}{c} \right) + \theta_0 \right] \quad (2.103)$$

com $R(t)$ dado por (2.102). Substituindo (2.102) em (2.103), tem-se

$$\begin{aligned}\tilde{x}'(t) &= x_0 \alpha' \operatorname{sen} \left\{ \omega_c \left[t - \frac{R_0}{c} \pm \frac{v_r}{c}(t - t_0) \right] + \theta_0 \right\} \\ &= x_0 \alpha' \operatorname{sen} \left[\omega_c \left(1 \pm \frac{v_r}{c} \right) t - \frac{\omega_c}{c} (R_0 \pm v_r t_0) + \theta_0 \right]\end{aligned}\quad (2.104)$$

Sabendo que o sinal de eco que retorna ao radar é o mesmo sinal que atingiu o alvo num

instante $R(t)/c$ anterior, pode-se escrever o sinal recebido pelo radar como

$$\begin{aligned}\tilde{x}''(t) &= x_0\alpha'' \operatorname{sen} \left\{ \omega_c \left[t - \frac{2R(t)}{c} \right] + \theta_0 \right\} \\ &= x_0\alpha'' \operatorname{sen} \left[\omega_c \left(1 \pm \frac{2v_r}{c} \right) t - \frac{2\omega_c}{c} (R_0 \pm v_r t_0) + \theta_0 \right]\end{aligned}\quad (2.105)$$

A equação (2.105) pode ser reescrita, em função da frequência Doppler (2.99), como

$$\tilde{x}''(t) = x_0\alpha'' \operatorname{sen} \left[(\omega_c \pm \omega_d)t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0 \right] \quad (2.106)$$

Conforme já comentado, o processo de recepção em um elemento do *array* está ilustrado na Figura 2.4. De forma idêntica à realizada nas equações (2.11) a (2.18), descreve-se a seguir, a obtenção das componentes em fase e em quadratura na saída do receptor.

$$\begin{aligned}x_1(t) &= A \operatorname{sen}(\omega_c t) \tilde{x}''(t) \\ &= -\frac{Ax_0\alpha''}{4} (e^{j\omega_c t} - e^{-j\omega_c t}) \left\{ e^{j[(\omega_c \pm \omega_d)t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0]} - e^{-j[(\omega_c \pm \omega_d)t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0]} \right\} \\ &= -\frac{Ax_0\alpha''}{4} \left\{ e^{j[(2\omega_c \pm \omega_d)t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0]} + e^{-j[(2\omega_c \pm \omega_d)t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0]} \right\} \\ &\quad + \frac{Ax_0\alpha''}{4} \left\{ e^{j[\pm \omega_d t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0]} + e^{-j[\pm \omega_d t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0]} \right\} \\ &= -\frac{Ax_0\alpha''}{2} \left\{ \cos \left[(2\omega_c \pm \omega_d)t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0 \right] \right. \\ &\quad \left. - \cos \left[\pm \omega_d t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0 \right] \right\}\end{aligned}\quad (2.107)$$

e, de maneira idêntica, obtém-se $x_2(t)$:

$$\begin{aligned}
 x_2(t) &= A \cos(\omega_c t) \tilde{x}''(t) \\
 &= \frac{Ax_0 \alpha''}{4j} (e^{j\omega_c t} + e^{-j\omega_c t}) \left\{ e^{j[(\omega_c \pm \omega_d)t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0]} - e^{-j[(\omega_c \pm \omega_d)t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0]} \right\} \\
 &= \frac{Ax_0 \alpha''}{4j} \left\{ e^{j[(2\omega_c \pm \omega_d)t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0]} - e^{-j[(2\omega_c \pm \omega_d)t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0]} \right\} \\
 &+ \frac{Ax_0 \alpha''}{4j} \left\{ e^{j[\pm \omega_d t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0]} - e^{-j[\pm \omega_d t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0]} \right\} \\
 &= \frac{Ax_0 \alpha''}{2} \left\{ \text{sen} \left[(2\omega_c \pm \omega_d)t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0 \right] \right. \\
 &+ \left. \text{sen} \left[\pm \omega_d t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0 \right] \right\} \tag{2.108}
 \end{aligned}$$

Após a passagem por um filtro passa-baixas, os sinais $x_1(t)$ e $x_2(t)$ são reescritos da seguinte forma, respectivamente:

$$x^I(t) = \alpha \cos \left[\pm \omega_d t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 \theta_0 \right] \tag{2.109}$$

$$x^Q(t) = \alpha \text{sen} \left[\pm \omega_d t - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 \theta_0 \right]. \tag{2.110}$$

Logo após a desmodulação e filtragem, estes sinais são amostrados e somados em quadratura, isto é:

$$x(n) = x^I(n) + jx^Q(n) \tag{2.111}$$

$$\begin{aligned}
 &= \alpha \left\{ \cos \left[\pm \omega_d n - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 \theta_0 \right] \right. \\
 &+ \left. j \text{sen} \left[\pm \omega_d n - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 \theta_0 \right] \right\} \tag{2.112}
 \end{aligned}$$

$$= \alpha e^{j[\pm \omega_d n - \frac{2\omega_c R_0}{c} \mp \omega_d t_0 + \theta_0]} \tag{2.113}$$

2.3 Processamento Temporal

Tendo como base o processamento espacial e o efeito Doppler, será desenvolvido nesta seção o equacionamento referente ao processamento temporal dos sinais recebidos por radares MTI. Ou seja, ao invés de fazer a discriminação espacial dos sinais recebidos, será feita a discriminação temporal, em que alvos e fontes de interferência (i.e., *clutter*) serão diferenciados através da frequência Doppler de sinais recebidos. A frequência Doppler f_d de um objeto localizado a um ângulo ϕ do radar é dada por [12]

$$f_d = \frac{2v}{\lambda} \sin\phi \quad (2.114)$$

em que v é a velocidade radial do alvo. Em cada canal, o sinal incidente $\tilde{x}''(t)$ será convertido à banda base e amostrado em diferentes instantes de tempo múltiplos de um PRI, isto é, $\tilde{x}''(T_0 + mT)$, em que T representa um intervalo de tempo igual a um PRI. Essas amostras serão discretizadas e armazenadas em memórias. O vetor de dados no interior do filtro ilustrado na Figura 2.18 é descrito por

$$\mathbf{x}(n) = \begin{bmatrix} x(n) & x(n-T) & \cdots & x(n-(M-1)T) \end{bmatrix}^T. \quad (2.115)$$

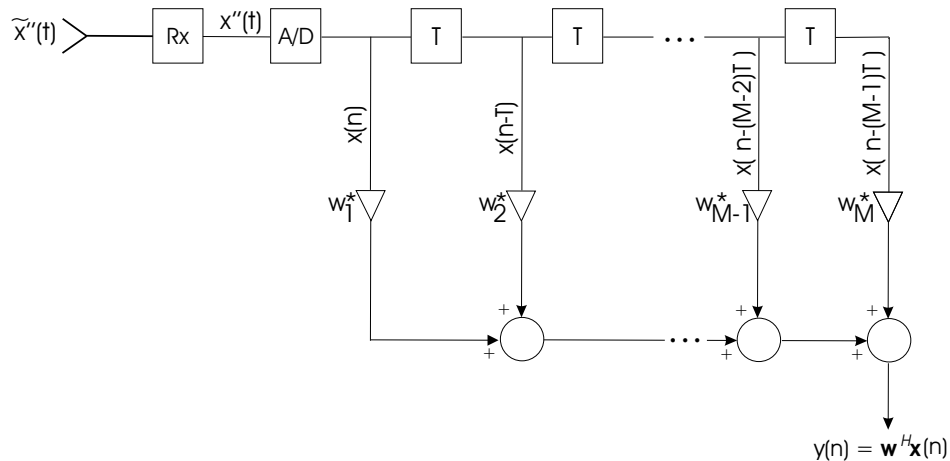


Figura 2.18: Filtro Doppler.

O filtro ilustrado pela Figura 2.18 pode ser visto como uma linha de retardo (filtro FIR) [26]. Considerando que o sinal $x(n)$ possua amplitude aleatória complexa α [13] e frequência Doppler f_d , em cada *tap* do filtro tem-se:

$$x(n) = \alpha e^{j2\pi f_d T_0} \quad (2.116)$$

$$x(n - T) = x(n) e^{j2\pi f_d T} \quad (2.117)$$

$$x(n - 2T) = x(n) e^{j2\pi f_d 2T} \quad (2.118)$$

$$\vdots \quad (2.119)$$

$$x(n - (M - 1)T) = x(n) e^{j2\pi f_d (M-1)T}. \quad (2.120)$$

Assim como em (2.31) definiu-se a frequência espacial normalizada, define-se de maneira similar a frequência Doppler normalizada como:

$$\bar{f}_d \triangleq f_d T = \frac{f_d}{PRF} \quad (2.121)$$

2.3.1 O Vetor de Direcionamento Temporal

Novamente, de forma análoga às equações (2.26) e (2.29), define-se o vetor de dados no interior do filtro representado pela Figura 2.18 como:

$$\mathbf{x}(n) = \alpha \begin{bmatrix} e^{j2\pi f_d} & e^{j2\pi f_d [1+T]} & \dots & e^{j2\pi f_d [1+(M-1)T]} \end{bmatrix}^T \quad (2.122)$$

$$= x(n) \begin{bmatrix} 1 & e^{j2\pi f_d T} & \dots & e^{j2\pi f_d (M-1)T} \end{bmatrix}^T \quad (2.123)$$

$$= x(n) \begin{bmatrix} 1 & e^{j2\pi \bar{f}_d} & \dots & e^{j2\pi (M-1)\bar{f}_d} \end{bmatrix}^T \quad (2.124)$$

e define-se o vetor de direcionamento temporal como:

$$\mathbf{s}_t(\bar{f}_d) = \begin{bmatrix} 1 & e^{j2\pi \bar{f}_d} & \dots & e^{j2\pi (M-1)\bar{f}_d} \end{bmatrix}^T. \quad (2.125)$$

Desta forma, (2.124) pode ser escrita em função de $\mathbf{s}_t(\bar{f}_d)$ como segue:

$$\mathbf{x}(n) = x(n)\mathbf{s}_t(\bar{f}_d) \quad (2.126)$$

O vetor de direcionamento temporal normalizado é definido como

$$\bar{\mathbf{s}}_t(\bar{f}_d) = \frac{1}{\sqrt{M}}\mathbf{s}_t(\bar{f}_d) \quad (2.127)$$

de modo que $\bar{\mathbf{s}}_t^H \bar{\mathbf{s}}_t = 1$. Por apresentar formulação idêntica ao processamento espacial visto nas seções anteriores, o vetor de coeficientes “ótimo” para o processamento temporal é dado por

$$\mathbf{w} = \kappa \mathbf{R}^{-1} \bar{\mathbf{s}}_t(\bar{f}_d) \quad (2.128)$$

em que \mathbf{R} é a matriz de correlação temporal dos processos de interferência+ruído.

2.4 Processamento Espaço-Temporal Ótimo

Esta seção utilizará os conceitos abordados neste capítulo para desenvolver o equacionamento referente ao processamento espaço-temporal em sistemas de radar MTI. Primeiramente será obtido o vetor de direcionamento espaço-temporal e, em seguida, será comentado como obter os coeficientes deste filtro.

2.4.1 Vetor de Direcionamento Espaço-Temporal

Considere agora a Figura 2.19 a seguir, que ilustra um filtro espaço-temporal. Este filtro é composto de N canais, cada um contendo um receptor e um conversor A/D, seguido de um filtro Doppler, como apresentado na Seção 2.3.

Analisando isoladamente o primeiro canal, tem-se a mesma situação analisada na Figura 2.18. Supondo que o primeiro canal receba o sinal proveniente de ϕ_0 sem atraso de

propagação, o sinal $x(n)$ é amostrado em diferentes pulsos e dado por

$$\mathbf{x}(n) = x(n)\mathbf{s}_t(\bar{f}_d). \quad (2.129)$$

De forma idêntica, segundo (2.28) e (2.124), o vetor de dados recebidos no i -ésimo canal será dado por

$$\mathbf{x}_i(n) = x(n)e^{j2\pi(i-1)\bar{\phi}_0}\mathbf{s}_t(\bar{f}_d) \quad (2.130)$$

Uma forma conveniente de expressar o vetor de direcionamento espaço-temporal é pelo produto Kronecker [24]

$$\mathbf{s}_{s-t}(\bar{\phi}_0, \bar{f}_d) = \mathbf{s}_t(\bar{f}_d) \otimes \mathbf{s}_s(\bar{\phi}_0) \quad (2.131)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{s}_t(\bar{f}_d) & e^{j2\pi\bar{\phi}_0}\mathbf{s}_t(\bar{f}_d) & \dots & e^{j2\pi(N-1)\bar{\phi}_0}\mathbf{s}_t(\bar{f}_d) \end{bmatrix}^T \quad (2.132)$$

A Figura 2.20 a seguir ilustra um vetor de direcionamento espaço-temporal em que $\bar{\phi} = -0,2$ e $\bar{f}_d = 0,15$.

2.4.2 Filtro Espaço-Temporal Ótimo

Após obter uma expressão para o vetor de direcionamento espaço-temporal, o filtro ótimo é obtido de forma idêntica aos casos espacial e temporal. Isto é, supondo o conhecimento das estatísticas de segunda ordem das fontes de interferência. O vetor de coeficientes $\mathbf{w} \in \mathcal{C}^{NM \times NM}$, que maximiza a probabilidade de detecção para uma taxa de alarme falso constante (assumindo que as interferências possuam distribuição gaussiana) [5], é dado por

$$\mathbf{w} = \kappa \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}_{s-t}(\bar{\phi}_0, \bar{f}_d) \quad (2.133)$$

onde, agora, \mathbf{R} é a matriz de correlação espaço-temporal das fontes de interferência. Para melhor caracterização da matriz \mathbf{R} , deve-se obter um modelo que represente as estatísticas de sinais de *jamming*, *clutter* e ruído.

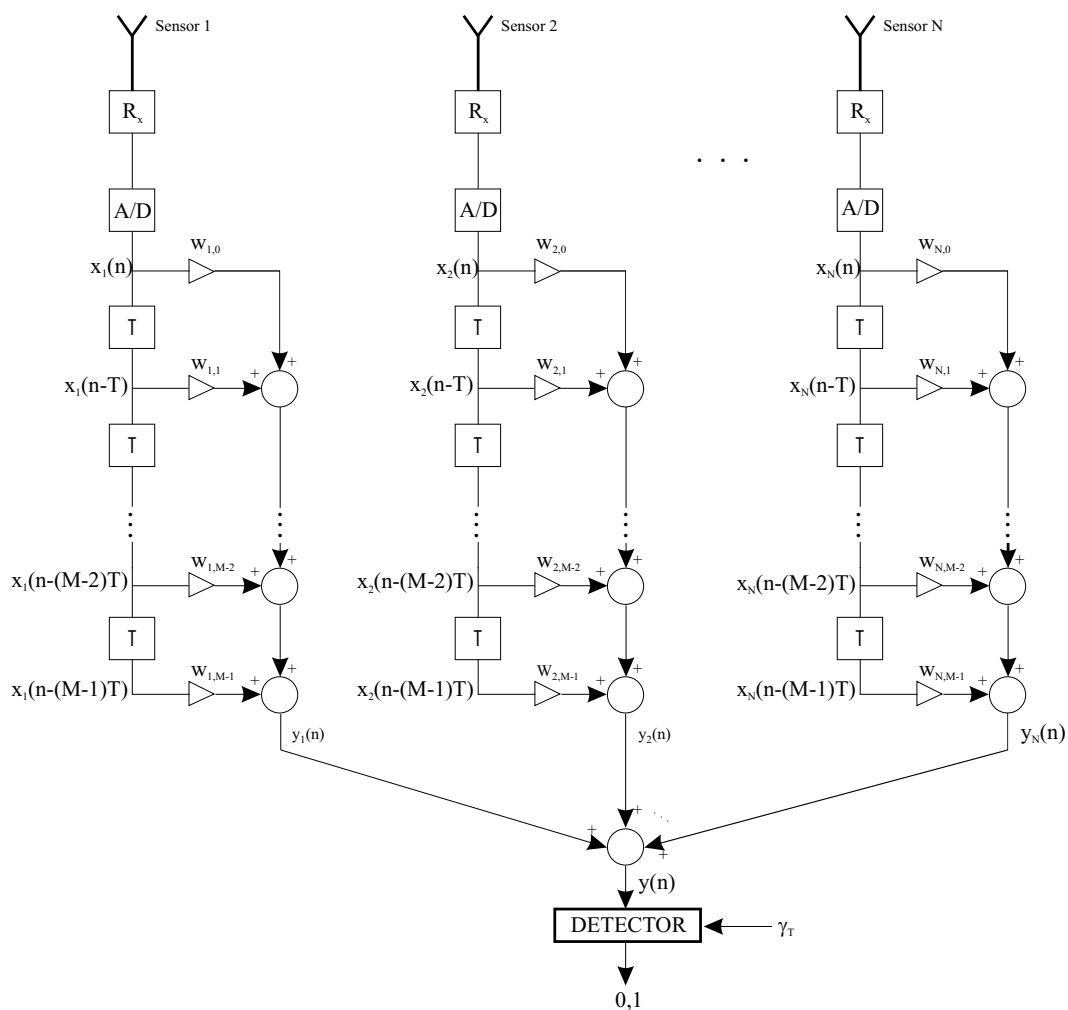


Figura 2.19: Filtro espaço-temporal.

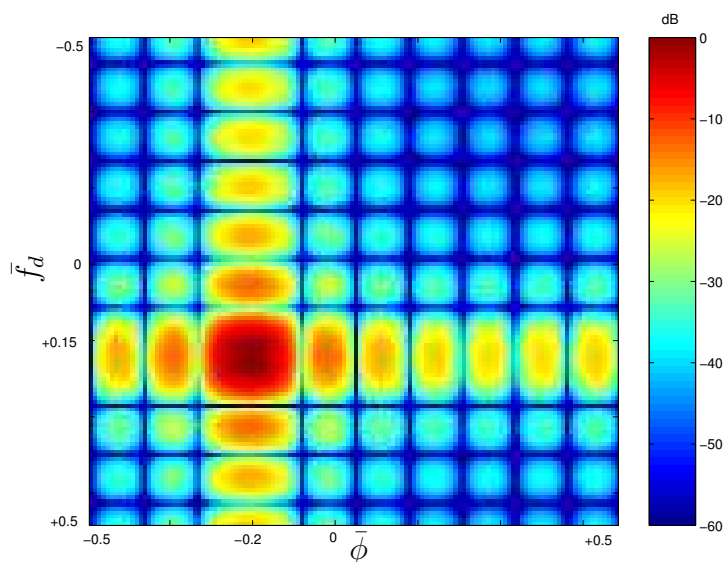


Figura 2.20: Vetor de direcionamento espaço-temporal (obtido via DFT 2D).

2.4.3 Modelagem Espaço-Temporal dos Sinais

Ruído

Sinais que representam ruído térmico são modelados como variáveis aleatórias de distribuição gaussiana, média zero e variância unitária. As amostras recebidas ao longo do tempo são consideradas estatisticamente independentes. Para um mesmo instante de tempo, as amostras de ruído recebidas pelos diferentes canais de recepção são também consideradas estatisticamente independentes. Isto é, o ruído térmico é um sinal espacialmente e temporalmente decorrelacionado. Logo, sua matriz de correlação $\mathbf{R}_z \in \mathcal{C}^{NM \times NM}$ será dada por

$$\mathbf{R}_z = \sigma_z^2 \mathbf{I}_{M \times M} \otimes \mathbf{I}_{N \times N} \quad (2.134)$$

em que σ_z^2 é a variância do ruído e $\mathbf{I}_{M \times M}$ e $\mathbf{I}_{N \times N}$ são, respectivamente, matrizes identidade de dimensões $M \times M$ e $N \times N$.

Jamming

Considerando fontes de *jamming* do tipo *barrage jammers*, conforme descrito no Capítulo 1, estes sinais são modelados como temporalmente decorrelacionados e espacialmente correlacionados. São temporalmente decorrelacionados por transmitirem uma seqüência aleatória de largo espectro e alta potência. São espacialmente correlacionados porque considera-se que tais fontes estejam fixas no espaço, de onde transmitem sinais que visam atrapalhar a detecção de alvos. Com isso, pode-se modelar a matriz de correlação de *jammers* como sendo

$$\mathbf{R}_j = \sigma_j^2 \mathbf{I}_{M \times M} \otimes \bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}) \bar{\mathbf{s}}_s^H(\bar{\phi}) \quad (2.135)$$

em que σ_j^2 é a variância e $\bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi})$ é o vetor de direcionamento espacial da fonte de interferência. No caso de N_J *jammers*, a expressão (2.135) deve ser reescrita como

$$\mathbf{R}_j = \sum_{i=1}^{N_J} \sigma_{j_i}^2 \mathbf{I}_{M \times M} \otimes \bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}_i) \bar{\mathbf{s}}_s^H(\bar{\phi}_i) \quad (2.136)$$

em que $\sigma_{j_i}^2$ e $\bar{\phi}_i$ são, respectivamente, a variância e a posição angular da i -ésima fonte de interferência.

Clutter

Esta forma de interferência resulta de ecos refletidos em solo, oceano ou em outras superfícies conforme discutido no Capítulo 1. É espacialmente e temporalmente correlacionado, devido à natureza dos objetos refletores e porque, a cada novo pulso transmitido, o sinal que retorna é igual ao que havia retornado no pulso anterior, a menos de um atraso (2.124). Assumindo que o *clutter* seja estacionário no sentido amplo e homogêneo [26], sua matriz de correlação espaço-temporal é dada por:

$$\mathbf{R}_c = E \left\{ \left(\sum_{i=1}^{N_c} \gamma_i \bar{\mathbf{s}}_{s-t}(\bar{\phi}_i) \right) \left(\sum_{i=1}^{N_c} \gamma_i \bar{\mathbf{s}}_{s-t}^H(\bar{\phi}_i) \right) \right\} \quad (2.137)$$

$$= \sum_{i=1}^{N_c} \sum_{l=1}^{N_c} E \{ \gamma_i \gamma_l^* \} \bar{\mathbf{s}}_{s-t}(\bar{\phi}_i) \bar{\mathbf{s}}_{s-t}^H(\bar{\phi}_l) \quad (2.138)$$

$$= \sum_{i=1}^{N_c} G_i \bar{\mathbf{s}}_{s-t}(\bar{\phi}_i) \bar{\mathbf{s}}_{s-t}^H(\bar{\phi}_i) \quad (2.139)$$

em que N_c é o número de *clutter patches*² utilizados (veja Figura 2.21), γ_i é uma variável aleatória complexa que modela a amplitude e fase do i -ésimo *clutter patch* e $\bar{\mathbf{s}}_{s-t_i}$ é o vetor de direcionamento espaço-temporal do i -ésimo *clutter patch*. De (2.137) para (2.138) considerou-se que as contribuições de diferentes *clutter patches* são descorrelacionadas, isto é,

$$E \{ \gamma_i \gamma_l^* \} = 0, \quad \text{se } i \neq l \quad (2.140)$$

Em (2.139), o termo $G(i)$ é uma constante real positiva, proporcional ao ganho de transmissão da antena na direção $\bar{\phi}_i$ [12].

² Considera-se que cada uma das circunferências concêntricas ilustradas na Figura 2.21 tenha sido discretizada em N_c *clutter patches*.

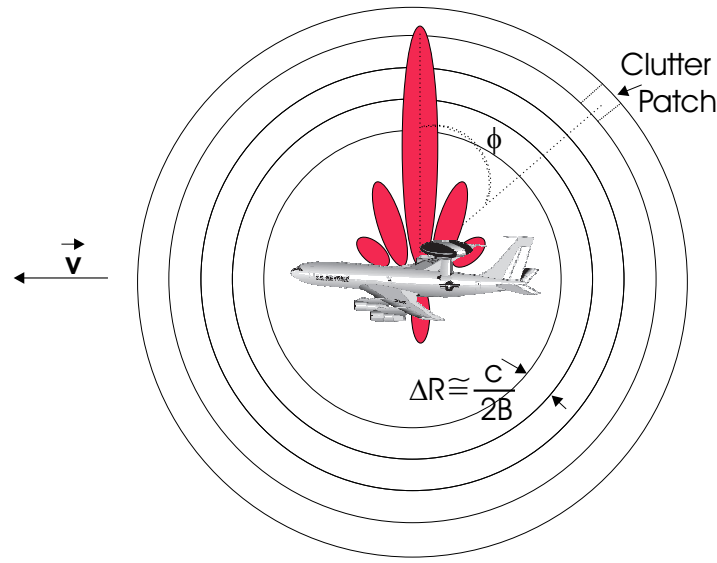


Figura 2.21: Região coberta por um radar embarcado em um avião.

Interferência Total

Assumindo que os sinais de *clutter*, *jamming* e ruído sejam descorrelacionados, pode-se escrever a matriz de correlação das componentes de interferência \mathbf{R} como

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_c + \mathbf{R}_j + \mathbf{R}_z. \quad (2.141)$$

Novamente, no caso de mais de um *jammer*, utiliza-se a expressão (2.136).

2.5 Conclusão

Neste capítulo foram introduzidos os principais conceitos do processamento espacial como a amostragem espacial dos sinais recebidos, o vetor de direcionamento espacial, o diagrama de irradiação e *grating lobes*. Também foram abordadas as diferentes formas de processar os sinais recebidos, seja através de processamento independente ou dependente dos dados. No processamento dependente dos dados, abriram-se duas possibilidades: o processamento na forma direta ou pela estrutura GSC. Diferentes algoritmos foram testados no cancelamento de interferências, e foi visto como é facilitada a detecção de alvos na presença de forte interferência.

Em seguida, desenvolveu-se o equacionamento referente ao efeito Doppler. Através da frequência Doppler é possível distinguir alvos na presença de *clutter*. O processamento temporal, abordado na seção seguinte, é responsável pela extração da informação Doppler nos sinais recebidos.

Finalmente, o capítulo se encerrou com uma discussão sobre o processamento nos domínios espaço-temporal. Descreveu-se os modelos dos sinais de interferência nos domínios espaço-temporal e obteve-se uma expressão para o vetor de coeficientes “ótimo”. A maior desvantagem do algoritmo “ótimo” é o não conhecimento *a priori* das estatísticas de segunda ordem do ambiente (i.e., das fontes de interferência). Desta forma, é crucial a estimação da matriz de correlação por meio de algoritmos adaptativos, objetos de estudo do próximo capítulo.

Capítulo 3

Algoritmos Adaptativos no Domínio Espaço-Temporal

Este capítulo discutirá algumas das formas mais comuns de processamento de sinais no domínio espaço-temporal. Primeiramente, será feita uma discussão quanto ao recebimento dos dados nos chamados “tempo rápido” e “tempo lento” e, conseqüentemente, na montagem do “cubo de dados” - estrutura utilizada para melhor compreensão e visualização dos dados recebidos. A seguir, serão abordados os algoritmos de *rank* completo, isto é, algoritmos que utilizam todos os graus de liberdade disponíveis para o cancelamento de interferências. Posteriormente, serão analisados algoritmos de *rank* reduzido, nos quais um número reduzido de graus de liberdade são utilizados no cancelamento de interferências em troca de uma convergência estatística mais rápida. Este capítulo encerra com uma discussão sobre as vantagens e desvantagens dos algoritmos abordados.

3.1 O Cubo de Dados

Considere a Figura 2.21, que ilustra a região de cobertura de um radar embarcado em um avião. As linhas concêntricas indicam as L distâncias não-ambíguas cobertas pelo radar. O

distanciamento entre estas linhas é dado por

$$\Delta R = \frac{c}{2B} \quad (3.1)$$

em que c é a velocidade da luz e B é a largura de banda do radar [26]. Cada uma destas linhas é constituída de N_c *clutter patches*, ou seja, os componentes de *clutter* referentes às diferentes posições angulares ϕ . Ainda nesta figura, o vetor velocidade da plataforma é definido por \vec{v} , e a região investigada é representada pelo diagrama de irradiação do radar.

Considere o seguinte procedimento na recepção de dados de um sistema de radar. A cada intervalo de amostragem do conversor A/D, um novo *snapshot* é recebido pelo *array*. Os sinais recebidos pelos N sensores do *array* no instante l são arranados no vetor (3.2) a seguir:

$$\mathbf{x}(l) = \begin{bmatrix} x_1(l) & x_2(l) & \cdots & x_N(l) \end{bmatrix}^T \quad (3.2)$$

este vetor pode ser visualizado na Figura 3.1 (a).

Chama-se “tempo rápido” o intervalo de tempo o qual os dados referentes às L distâncias não-ambíguas são recebidos [13]. Desta forma, os dados recebidos na primeira amostragem do conversor A/D são referentes à circunferência mais interna da Figura 2.21. Antes da transmissão de um novo pulso, os dados referentes às $l = 2, 3, \dots, L$ -ésimas distâncias não-ambíguas são recebidos, conforme ilustram as Figuras 3.1 (b) e (c). Logo, toda a informação recebida após a transmissão do primeiro pulso pode ser organizada conforme a matriz \mathbf{X}_1 a seguir

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} x(1, 1, l_1) & x(1, 1, l_2) & \cdots & x(1, 1, l_L) \\ x(2, 1, l_1) & x(2, 1, l_2) & \cdots & x(2, 1, l_L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(N, 1, l_1) & x(N, 1, l_2) & \cdots & x(N, 1, l_L) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{x}(1, l_1) & \mathbf{x}(1, l_2) & \cdots & \mathbf{x}(1, l_L) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

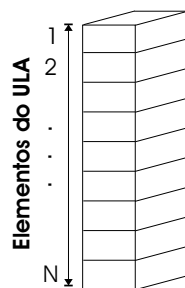
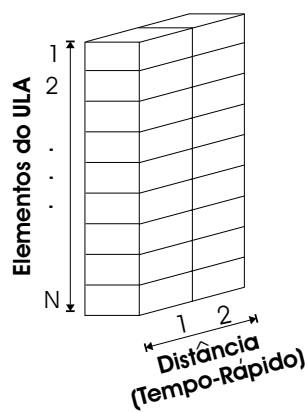
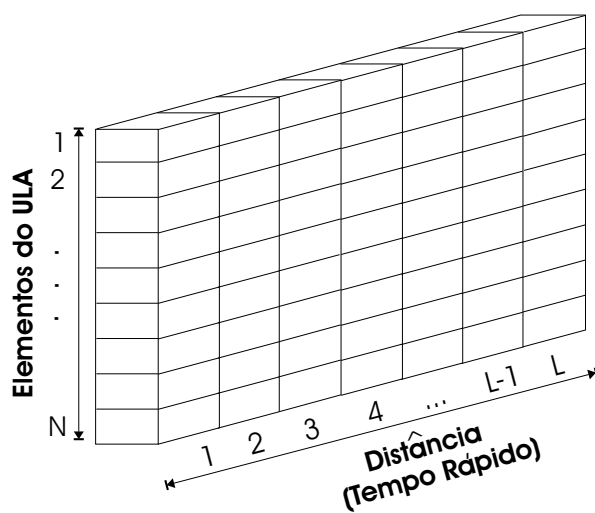
(a) $l = 1$.(b) $l = 1, 2$.(c) $l = 1, 2, \dots, L$.

Figura 3.1: Organização dos dados recebidos.

em que $\mathbf{x}(1, l_i)$ é o vetor $\in \mathcal{C}^{N \times 1}$ referente ao primeiro pulso ($m = 1$) e a i -ésima distância não ambígua. Para o segundo pulso transmitido ($m = 2$), tem-se o mesmo procedimento (i.e., os dados referentes às L distâncias não-ambíguas são coletados à taxa A/D). A matriz de dados recebidos no segundo pulso, \mathbf{X}_2 , é construída de forma idêntica a (3.3), como segue:

$$\mathbf{X}_2 = \begin{bmatrix} x(1, 2, l_1) & x(1, 2, l_2) & \cdots & x(1, 2, l_L) \\ x(2, 2, l_1) & x(2, 2, l_2) & \cdots & x(2, 2, l_L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(N, 2, l_1) & x(N, 2, l_2) & \cdots & x(N, 2, l_L) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{x}(2, l_1) & \mathbf{x}(2, l_2) & \cdots & \mathbf{x}(2, l_L) \end{bmatrix}. \quad (3.6)$$

Graficamente, os dados coletados após a transmissão do primeiro e segundo pulsos são representados pela Figura 3.2 a seguir.

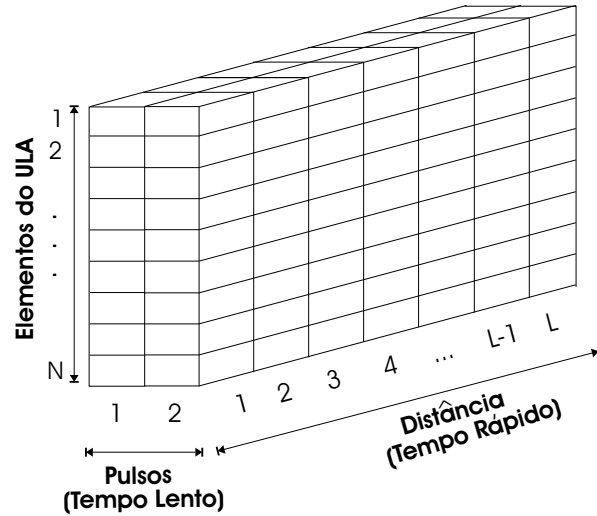


Figura 3.2: Organização dos dados recebidos em $m = 2$ pulsos.

O procedimento se repete até o M -ésimo pulso. Novamente, uma matriz de dados é

montada, conforme (3.7) a seguir

$$\mathbf{X}_M = \begin{bmatrix} x(1, M, l_1) & x(1, M, l_2) & \cdots & x(1, M, l_L) \\ x(2, M, l_1) & x(2, M, l_2) & \cdots & x(2, M, l_L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x(N, M, l_1) & x(N, M, l_2) & \cdots & x(N, M, l_L) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{x}(M, l_1) & \mathbf{x}(M, l_2) & \cdots & \mathbf{x}(M, l_L) \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Finalmente, os dados referentes a (3.3), (3.5) e (3.7) podem ser organizados num “cubo”, conforme ilustrado na Figura 3.3 a seguir. Fica claro que \mathbf{X}_m corresponde à m -ésima face lateral do cubo. As dimensões $N \times M \times L$ deste cubo representam, respectivamente, o número de sensores do *array*, o número de pulsos processados (tempo lento) e as distâncias não-ambíguas (tempo rápido). A cada intervalo $M \times PRI$ dá-se o nome CPI (*Coherent Processing Interval*), em que um novo cubo de dados é recebido. Outra forma de visualizar os dados recebidos é pelo agrupamento lexicográfico (empilhamento) das colunas do cubo ilustrado na Figura 3.3. Assim, os dados são representados pela Figura 3.4 a seguir, em que cada vetor $\mathbf{x}(l)$ possui dimensão $NM \times 1$.

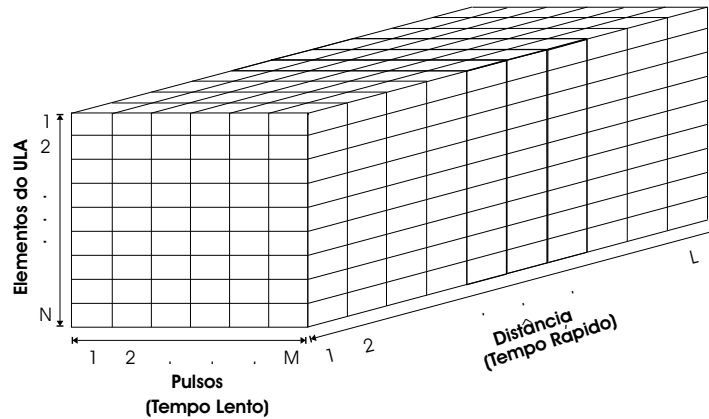


Figura 3.3: Cubo de dados.

Células de Distância	1	$\mathbf{x}(1)$
	2	$\mathbf{x}(2)$
	\vdots	\vdots
	$l-2$	$\mathbf{x}(l-2)$
	$l-1$	$\mathbf{x}(l-1)$
	l	$\mathbf{x}(l)$
	$l+1$	$\mathbf{x}(l+1)$
	$l+2$	$\mathbf{x}(l+2)$
	\vdots	\vdots
	L	$\mathbf{x}(L)$

Figura 3.4: Dados agrupados lexicograficamente.

3.2 Algoritmos de *Rank* Completo

Algoritmos de *rank* completo têm, como característica, a utilização de todos os graus de liberdade disponíveis para efetuar o cancelamento de interferências. Nesta seção, analisa-se, primeiramente, o algoritmo SMI. Posteriormente, é feita uma revisão sobre *Diagonal Loading*, que consiste em somar elementos à diagonal principal de matrizes para lhes conferir maior robustez computacional. Finalmente, ao final desta seção, será comentado o algoritmo SMI-DL, que incorpora DL ao algoritmo SMI, visando maior robustez computacional.

3.2.1 SMI

O algoritmo SMI, brevemente explicado no capítulo anterior, será empregado para o cancelamento de interferências de *clutter* e *jamming* em sistemas de radar. Conforme já verificado, o algoritmo consiste na estimação da matriz de correlação dos sinais de interferência+ruído $\hat{\mathbf{R}}$ e em seguida na solução da equação

$$\mathbf{w} = \kappa \hat{\mathbf{R}}^{-1} \bar{\mathbf{s}}(\bar{\phi}, \bar{f}_d) \quad (3.9)$$

para o cálculo do vetor de coeficientes que maximize a relação sinal-ruído+interferência na saída do filtro (2.73). No entanto, existem detalhes na estimação de $\hat{\mathbf{R}}$ que devem ser apontados.

Estimação da Matriz de Correlação dos Processos de Interferência e Ruído

A matriz de correlação dos processos de interferência e ruído é estimada conforme a equação (3.10) a seguir.

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{x}(l) \mathbf{x}^H(l) \quad (3.10)$$

em que $\mathbf{x}(l) \in \mathcal{C}^{NM \times 1}$ é o vetor resultante do agrupamento lexicográfico dos dados referentes aos M pulsos recebidos da distância l . Se os vetores secundários forem vetores de variáveis aleatórias Gaussianas independentes e de distribuição idêntica (i.i.d) dos dados da distância l_0 sob investigação, assumindo que as amostras estão livres de alvo, os elementos de $\hat{\mathbf{R}}$ possuirão distribuição Wishart e (3.10) será a estimativa de máxima verossimilhança de \mathbf{R} [25].

Considere que deseja-se verificar a presença de alvos situados a uma distância l_0 do radar. Conforme ilustrado pela Figura 2.19, na saída do filtro espaço-temporal haverá um comparador (*threshold*), e será avaliado se:

$$y(l_0) \begin{cases} < \gamma_T, & H_0 : y(l_0) = \mathbf{x}_{i+n}(l_0) \\ \geq \gamma_T, & H_1 : y(l_0) = \alpha \mathbf{x}_s(l_0) + \mathbf{x}_{i+n}(l_0) \end{cases} \quad (3.11)$$

Assumindo que na distância l_0 exista um alvo presente, deve-se excluir os dados referentes a esta distância no cálculo de $\hat{\mathbf{R}}$ para evitar o indesejável efeito de cancelamento do alvo [26]. Desta forma, os vetores utilizados em (3.9) serão apenas parcelas de interferência+ruído (hipótese H_0). Para que os dados da distância l_0 (e vizinhas) não sejam utilizadas na estimação de $\hat{\mathbf{R}}$, são utilizadas células de guarda, ilustradas nas Figuras 3.5 e 3.6 a seguir. Logo, (3.10) deve ser calculada utilizando apenas os chamados vetores secundários, ou seja, os vetores de dados que não estão contidos na “região protegida”, segundo (3.12)

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{\substack{k=1, \\ k \ni \mathcal{U}}}^K \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k) \quad (3.12)$$

em que \mathcal{U} é o conjunto que contém os vetores de guarda e de interesse.

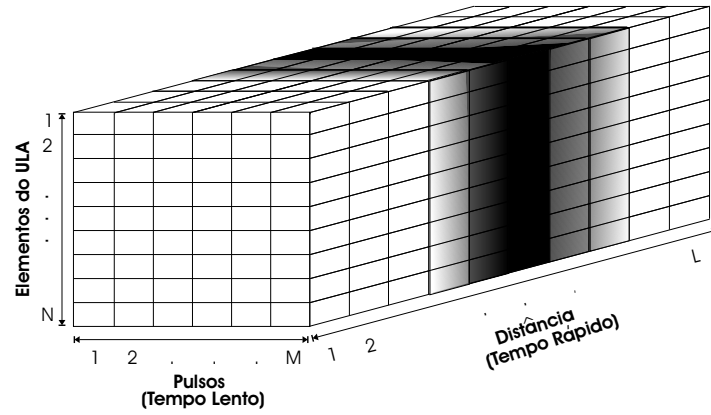


Figura 3.5: Cubo de dados e células de guarda.

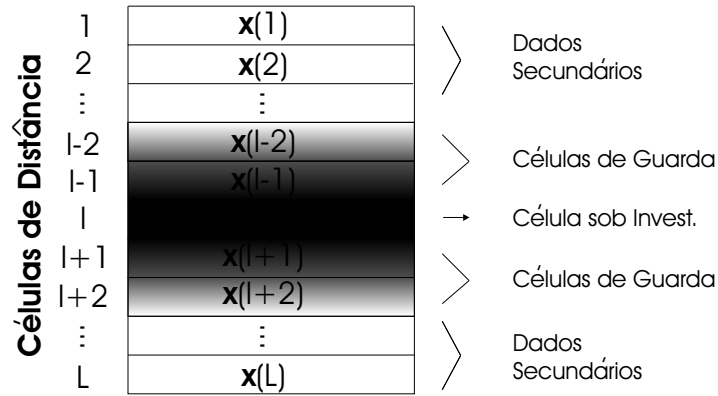


Figura 3.6: Dados agrupados lexicograficamente e células de guarda.

Outro fator importante a ser destacado é quanto ao número de vetores secundários utilizados em (3.12). A equação (2.84), conhecida como regra (resultado) RMB, reescrita a seguir,

$$\rho = \frac{K - NM + 2}{K + 1}, \quad K \geq NM \quad (3.13)$$

contabiliza o efeito do número de vetores secundários utilizados na estimação de $\hat{\mathbf{R}}$ na SINR na saída do filtro em relação ao filtro ótimo. Note que em (2.84) tem-se a condição $K \geq N$, enquanto em (3.13) tem-se $K \geq NM$, pois quando derivada no Capítulo 2, levou-se em conta apenas o processamento espacial, enquanto em (3.13) leva-se em consideração os NM graus de liberdade devido ao processamento espaço-temporal. A Tabela 3.1 a seguir resume os três principais fatores que influenciam a estimativa de $\hat{\mathbf{R}}$ [22]

Tabela 3.1: Fatores que influenciam a qualidade da estimativa de $\hat{\mathbf{R}}$.

Fatores
Tipo dos dados utilizados (hipótese H_0 ou H_1)
Quantidade de vetores secundários utilizados (3.13)
Qualidade dos dados utilizados (variáveis aleatórias iid)

Custo Computacional do Algoritmo SMI

O custo computacional, em FLOPS (*floating-point operations*), por etapa, do algoritmo SMI encontra-se descrito na Tabela 3.2 [24].

Tabela 3.2: Custo computacional do algoritmo SMI.

Operação	Custo Computacional (FLOPS)
$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{NM} \sum_{\substack{k=1, \\ k \ni \mathcal{U}}}^K \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k)$	$\frac{1}{2} K N M (N M + 1)$
$\mathbf{w} = \kappa \mathbf{R}^{-1} \bar{\mathbf{s}}(\bar{\phi})$	$\frac{1}{2} (N M)^3 + (N M)^2 + \frac{1}{6} (N M)^3$
Custo Total	$\frac{2}{3} (N M)^3 + \left(K + \frac{2}{3}\right) (N M)^2 + N M$

3.2.2 Diagonal Loading (DL)

A estimação da matriz de correlação dos processos de interferência+ruído pode apresentar alguns problemas no diagrama de irradiação do vetor de coeficientes calculado a partir desta matriz mal condicionada. Tais efeitos podem aparecer como distorção no lobo principal ou elevados níveis do lobo secundário [28]. Uma alternativa para reduzir estes efeitos é o chamado *diagonal loading* (DL), isto é, um fator que será somado à diagonal principal da matriz de correlação estimada, conforme (3.14) a seguir:

$$\hat{\mathbf{R}}_{DL} = \hat{\mathbf{R}} + \delta^2 \mathbf{I} \quad (3.14)$$

em que δ^2 é o fator somado à diagonal de $\hat{\mathbf{R}}$ e \mathbf{I} é uma matriz identidade de dimensões $NM \times NM$. Os autovalores de $\hat{\mathbf{R}}_{DL}$ são dados por [26]:

$$\hat{\mathbf{\Lambda}} = \begin{bmatrix} \hat{\lambda}_{DL_1} + \delta^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{\lambda}_{DL_2} + \delta^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \hat{\lambda}_{DL_{NM}} + \delta^2 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

O valor escolhido para δ^2 , normalmente empregado pela comunidade de processamento de sinais, deve estar entre 5 e 10dB acima no nível do ruído [22]. As Figuras 3.7 e 3.8 a seguir ilustram os autovalores de \mathbf{R} , $\hat{\mathbf{R}}$ e $\hat{\mathbf{R}}_{DL}$, onde utilizou-se $\delta^2 = 10dB$.

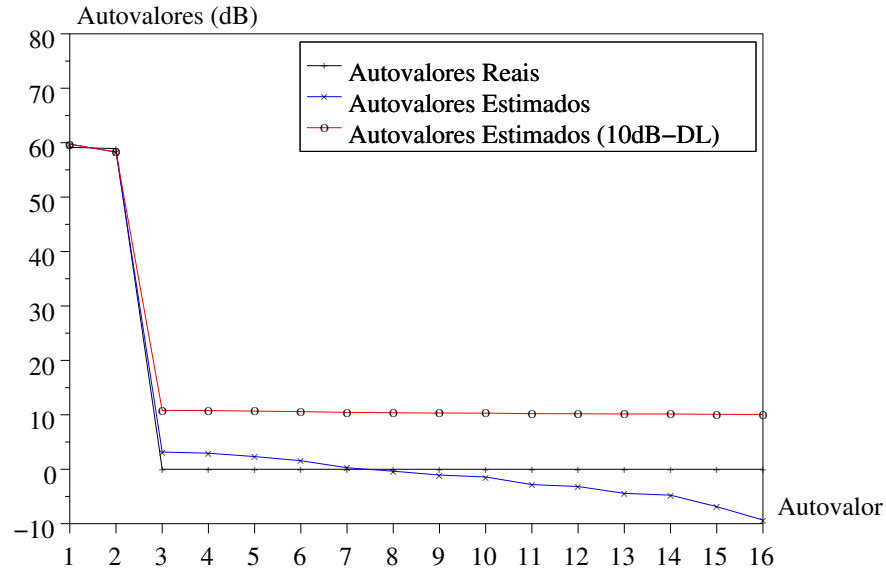


Figura 3.7: Análise dos autovalores da matriz de correlação de *jamming*+ruído para $N = 16$, $M = 1$, $\bar{\phi}_{J_1} = -0,433$, $\bar{\phi}_{J_2} = -0,25$ e $JNR = 50dB$.

Analisando as Figuras 3.7 e 3.8, verifica-se que existem MN_J autovalores acima do nível do ruído (0dB). Ainda em relação a estas figuras, percebe-se que os autovalores mais significativos de $\hat{\mathbf{R}}_{DL}$ serão minimamente afetados pelo fator δ^2 , enquanto os menos significativos convergirão para $\delta^2 = 10dB$.

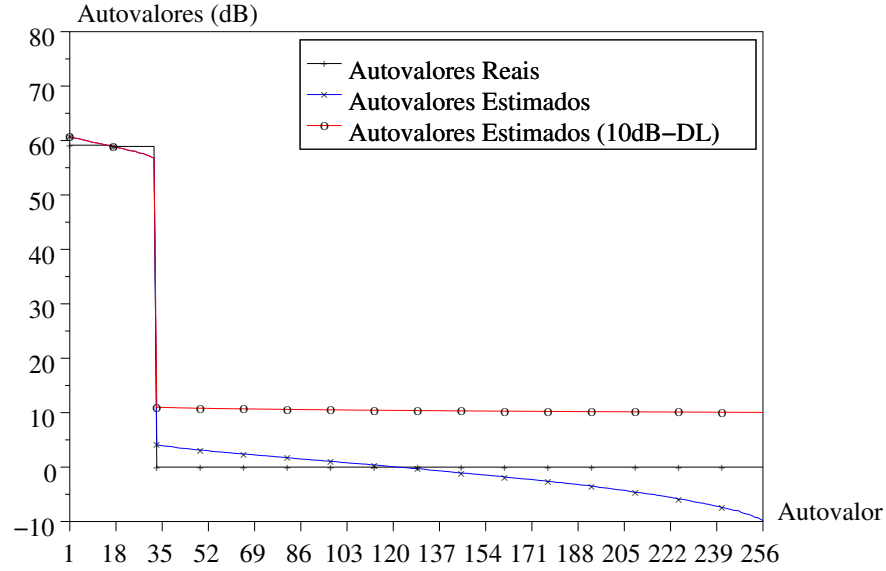


Figura 3.8: Análise dos autovalores da matriz de correlação de *jamming*+ruído para $N = M = 16$, $\bar{\phi}_{J_1} = -0,433$, $\bar{\phi}_{J_2} = -0,25$ e $JNR = 50dB$.

A densidade espectral de potência do *clutter*, obtida através de (3.16),

$$P_c(\bar{\phi}, \bar{f}_d) = \mathbf{w}^H \hat{\mathbf{R}}_c \mathbf{w} \quad (3.16)$$

encontra-se ilustrada nas Figuras 3.9 e 3.10 a seguir. Nessa Dissertação, considera-se o *clutter* com parâmetro $\beta = 1$, indicando que a cada PRI o *array* se desloca o equivalente ao espaçamento entre sensores [12] e [26]. Esse parâmetro é definido como a razão entre a frequência Doppler normalizada (2.121) e a frequência espacial normalizada (2.31) [12]:

$$\beta = \frac{\bar{f}_d}{\bar{\phi}} \quad (3.17)$$

$$= \frac{f_d T \sin \phi}{\frac{d}{\lambda} \sin \phi} \quad (3.18)$$

$$= \frac{\frac{2vT}{\lambda}}{\frac{d}{\lambda}} \quad (3.19)$$

$$= \frac{2vT}{d} \quad (3.20)$$

Considere a situação onde exista um sinal de alvo, com $SNR=0dB$, $\bar{\phi}_{tgt} = -0,21$ e

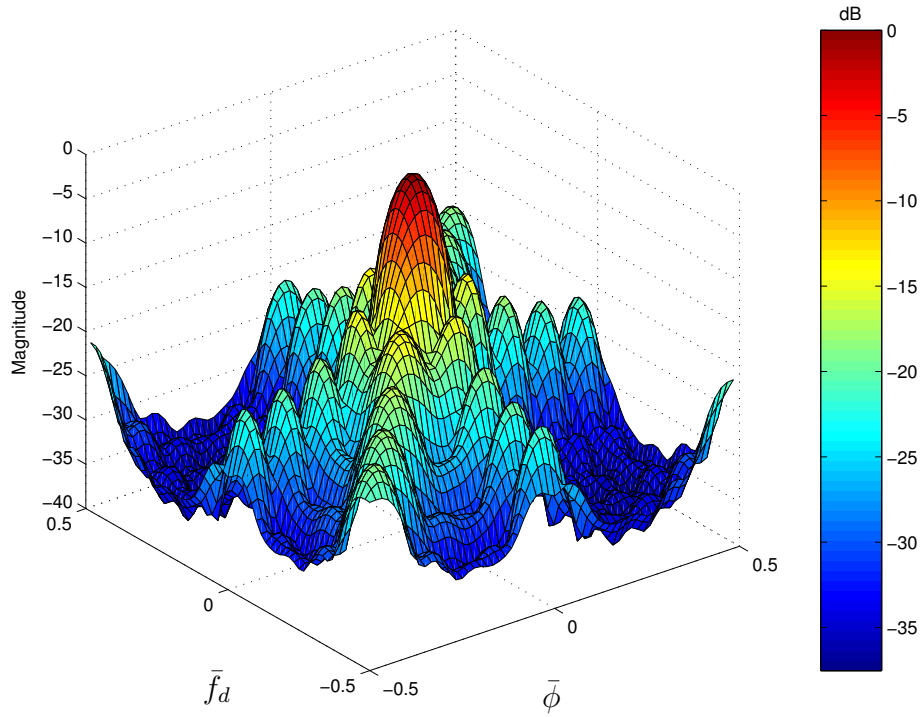


Figura 3.9: Densidade espectral de potência do *clutter* para $\beta = 1$.

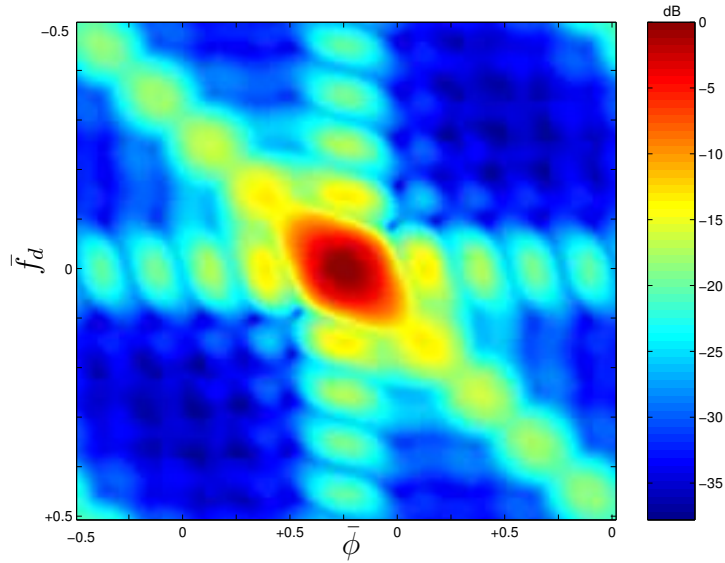


Figura 3.10: Densidade espectral de potência do *clutter* para $\beta = 1$.

$\bar{f}_d = 0, 4$ na presença de *clutter*, cuja $\text{CNR}=60\text{dB}$ e densidade espectral de potência ilustrada nas Figuras 3.9 e 3.10. As Figuras 3.11 e 3.12, a seguir, ilustram o desempenho do filtro “ótimo” e do algoritmo SMI no cancelamento de *clutter*. Para esses casos considerou-se $N = M = 10$ e, para o algoritmo SMI, o número de vetores utilizados na estimação de $\hat{\mathbf{R}}$

foi de $K = 2NM$.

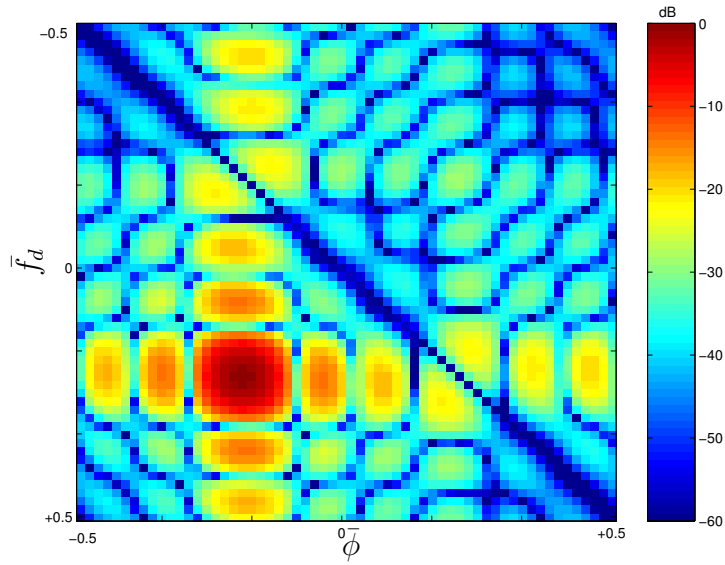


Figura 3.11: Cancelamento de *clutter* pelo filtro “ótimo”.

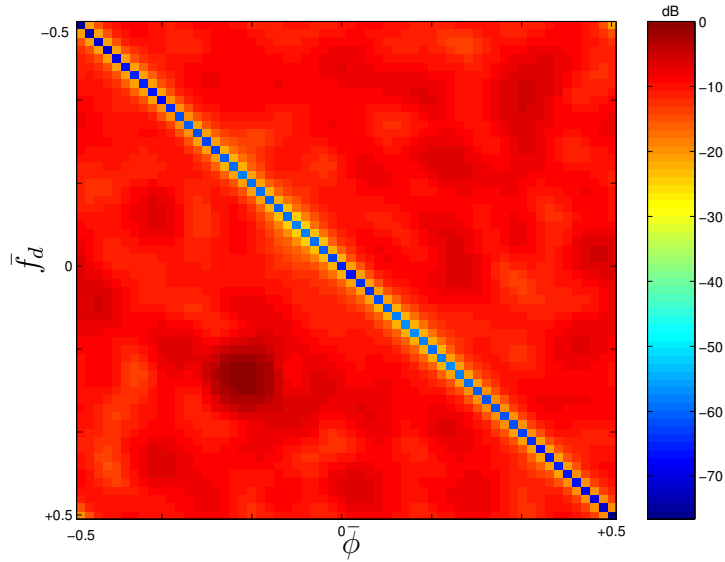


Figura 3.12: Cancelamento de *clutter* pelo algoritmo SMI.

3.2.3 SMI-DL

Utilizando o algoritmo SMI juntamente com *diagonal loading*, chega-se ao algoritmo SMI-DL, cujos coeficientes são obtidos conforme (3.21) a seguir,

$$\mathbf{w} = \kappa \hat{\mathbf{R}}_{DL}^{-1} \bar{\mathbf{s}}(\bar{\phi}) \quad (3.21)$$

em que $\hat{\mathbf{R}}_{DL} = \hat{\mathbf{R}} + \delta^2 \mathbf{I}$. A Figura 3.13, a seguir, ilustra o desempenho do algoritmo SMI-DL (DL=10dB) no cancelamento de *clutter*. Comparando com os resultados obtidos nas Figuras 3.11 e 3.12, nota-se que o desempenho do algoritmo SMI-DL é superior ao SMI quanto ao cancelamento de *clutter*.

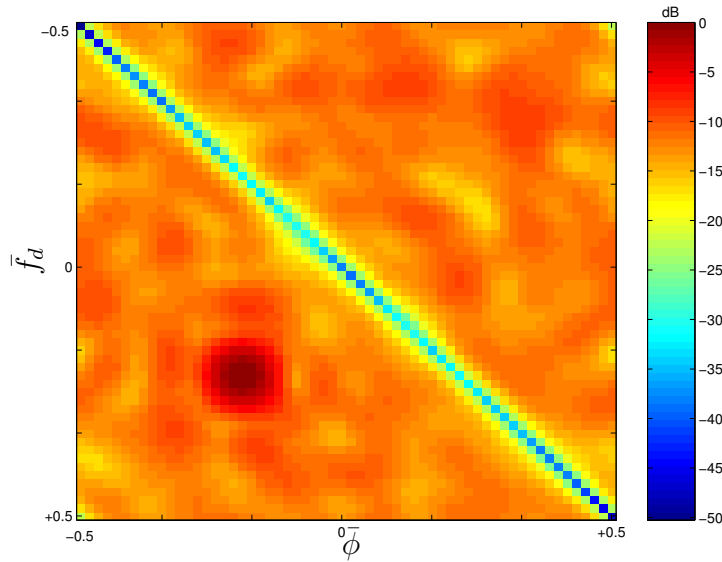


Figura 3.13: Cancelamento de *clutter* pelo algoritmo SMI-DL.

3.3 Algoritmos de *Rank* Reduzido (RR)

Algoritmos de *rank* reduzido surgem como alternativa ao processamento espaço-temporal de *rank* completo. A principal característica destes algoritmos é, como o próprio nome diz, utilizar um número reduzido de graus de liberdade no cancelamento de interferências visando obter uma melhor convergência estatística [13]. A utilização de um número reduzido de graus de liberdade para o cancelamento de interferências é possível pois as matrizes de correlação de *clutter* e *jamming* apresentam *rank* pequeno comparado à ordem do filtro espaço-temporal. Nesta seção, será apresentado um exemplo que ilustrará a necessidade da utilização de algoritmos de *rank* reduzido. A seguir, será apresentada uma equação utilizada na estimação do *rank* de \mathbf{R} , conhecida como lei de Brennan. Posteriormente, serão apresentados os algoritmos de componentes principais (PC) e sua versão com *diagonal loading* (PC-DL), implementados na forma direta (Figura 2.13).

3.3.1 A Necessidade de Algoritmos de *Rank* Reduzido

Considere um sistema de radar com $N = M = 16$. Segundo (3.13), o número de vetores secundários para que a SINR fique em torno de $3dB$ abaixo do filtro “ótimo” é $K = 2NM = 512$. Considerando que o radar em questão possua largura de banda de $B = 200kHz$ e $PRF = 250Hz$, cada célula de distância do cubo ilustrado nas Figuras 3.3 e 3.5 representará, segundo (3.1), uma distância de $\Delta R = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 200 \cdot 10^3} = 750m$. Logo, os K vetores secundários representarão uma distância de $K\Delta R = 384km$, o que inviabiliza qualquer hipótese de vetores i.i.d. e ambiente estacionário e/ou homogêneo (veja Tabela 3.1). Ainda, dependendo da PRF utilizada, a distância associada aos vetores secundários pode ultrapassar a máxima distância não-ambígua (1.5).

3.3.2 Lei de Brennan

Para uma estimativa do *rank* da matriz de correlação de *clutter* e, conseqüentemente, a ordem do filtro espaço-temporal necessária para o cancelamento dessa interferência, utiliza-se a expressão (3.22) a seguir,

$$\text{rank}\{\mathbf{R}_c\} \approx N + (M - 1)\beta \quad (3.22)$$

conhecida como lei de Brennan. O parâmetro β representa o movimento do *array*, em função do espaçamento entre sensores, durante um PRI. A expressão (3.22) é válida para $\beta \leq N$ [6] e é exata para valores inteiros de β [26]. Para a configuração dada na subseção anterior, o *rank* de \mathbf{R}_c , dado por (3.22), é $N_r = 31$. Ou seja, o número de graus de liberdade necessários para o cancelamento de *clutter* é muito menor do que os $K = 256$ graus de liberdade utilizados no processamento de *rank* completo. Desta forma, o número de vetores secundários para uma estimativa satisfatória de \mathbf{R}_c é de $K = 2N_r = 62$. Esse número reduzido de graus de liberdade implica num número reduzido de vetores secundários, e estão diretamente associados à distância de cobertura. Assim, as hipóteses de ambiente homogêneo e estacionário voltam a ser factíveis.

Considere as Figuras 3.14 e 3.15 a seguir, que ilustram, respectivamente, os autovalores das matrizes de correlação de *jamming*+ruído para $N = M = 16$.

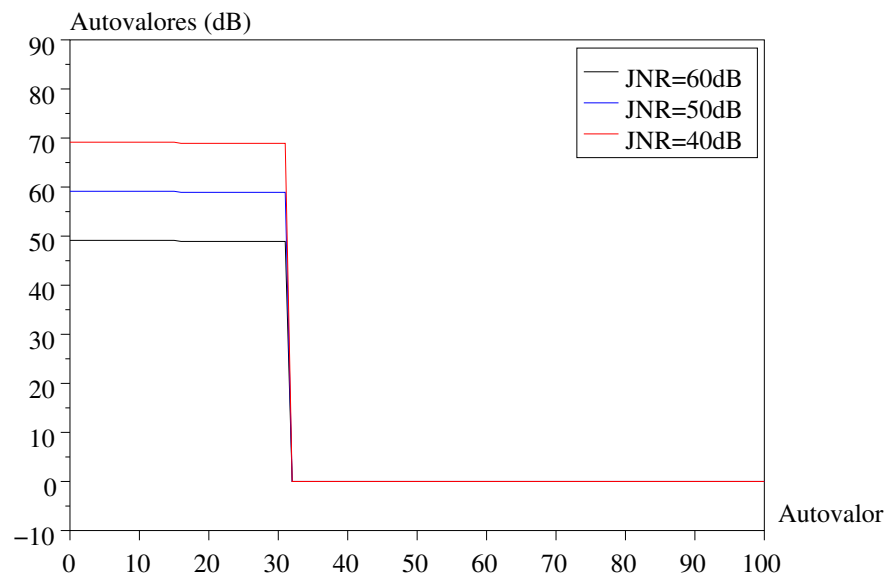


Figura 3.14: Análise dos autovalores da matriz de correlação de *jamming*+ruído para diferentes valores de JNR.

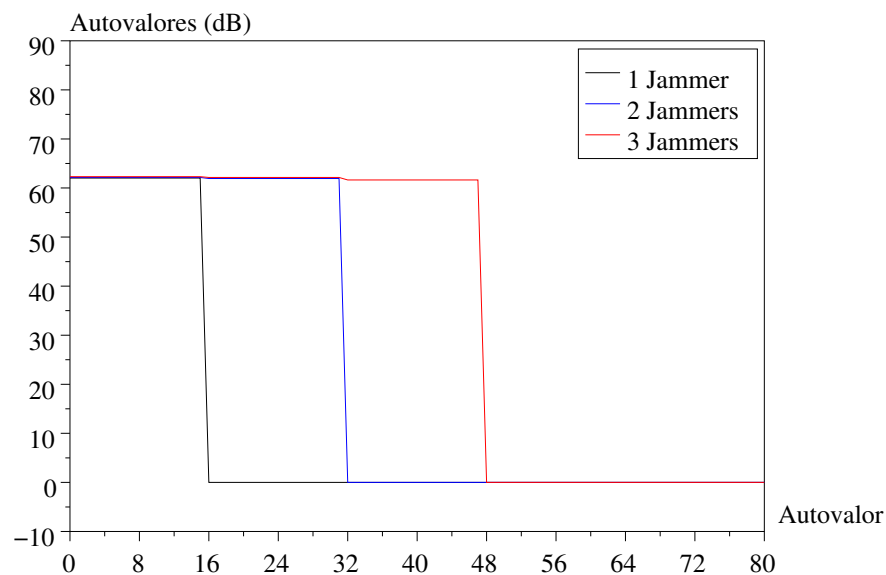


Figura 3.15: Análise dos autovalores da matriz de correlação de *jamming*+ruído para diferentes números de *jammers*, JNR=50dB.

Considere, agora, a matriz de correlação espaço-temporal de um *jammer*, dada por (2.135),

repetida em (3.23) a seguir

$$\mathbf{R}_j = \sigma_j^2 \mathbf{I}_{M \times M} \otimes \bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}) \bar{\mathbf{s}}_s^H(\bar{\phi}) \quad (3.23)$$

$$= \begin{bmatrix} \sigma_j^2 \bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}) \bar{\mathbf{s}}_s^H(\bar{\phi}) & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \sigma_j^2 \bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}) \bar{\mathbf{s}}_s^H(\bar{\phi}) & \cdots & \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \cdots & \sigma_j^2 \bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}) \bar{\mathbf{s}}_s^H(\bar{\phi}) \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

ou, para o caso de N_J jammers,

$$\mathbf{R}_j = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N_J} \sigma_{j_i}^2 \bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}_i) \bar{\mathbf{s}}_s^H(\bar{\phi}_i) & \mathbf{O} & \cdots & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \sum_{i=1}^{N_J} \sigma_{j_i}^2 \bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}_i) \bar{\mathbf{s}}_s^H(\bar{\phi}_i) & \cdots & \mathbf{O} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{O} & \mathbf{O} & \cdots & \sum_{i=1}^{N_J} \sigma_{j_i}^2 \bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}_i) \bar{\mathbf{s}}_s^H(\bar{\phi}_i) \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

em que \mathbf{O} é uma matriz nula de dimensões $N \times N$. O *rank* de \mathbf{R}_j é dado por [26]:

$$\text{rank}\{\mathbf{R}_j\} = \sum_{m=1}^M \text{rank} \left\{ \sum_{i=1}^{N_J} \sigma_{j_i}^2 \bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}_i) \bar{\mathbf{s}}_s^H(\bar{\phi}_i) \right\} \quad (3.26)$$

$$= MN_J \quad (3.27)$$

O resultado obtido em (3.27) vem do fato que o *rank* de uma matriz bloco-diagonal (3.25) é dado pela soma do *rank* de cada uma das matrizes da diagonal principal e que cada uma dessas matrizes da diagonal principal é o produto externo entre vetores Vandermonde [20] como $\bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}) \bar{\mathbf{s}}_s^H(\bar{\phi})$ e, portanto, de *rank* unitário.

Logo, verifica-se na Figura 3.14 que o número de autovalores não-nulos de \mathbf{R}_j é igual a $MN_J = 32$, e para a situação ilustrada na Figura 3.15, tem-se $MN_J = 16, 32$ e 48 . Conclui-se, então, que um número de graus de liberdade menor que NM pode ser utilizado no cancelamento de *jamming*. Ou mesmo, apenas o processamento espacial é suficiente [26].

Sinais de alvo “escondidos” por *clutter* podem ter sua detecção seriamente comprometida e, através do processamento espaço-temporal, pode-se melhorar o desempenho na detecção

destes alvos [6]. A Figura 3.16 a seguir ilustra um alvo na presença de *clutter*. Note que alvos lentos (\bar{f}_d próximo de zero) ficam “escondidos” pelo lobo principal do *clutter*. Nessa figura também são ilustrados os filtros espacial e temporal para o cancelamento 1-D. Um filtro espaço-temporal deve ser projetado para cancelar a interferência simultaneamente nessas duas dimensões.

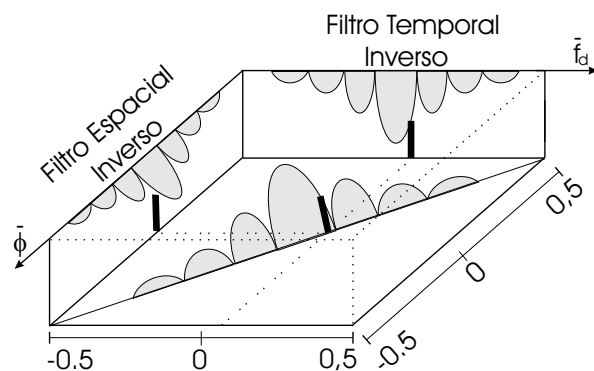


Figura 3.16: Sinal de alvo na presença de *clutter*.

A necessidade da redução do número de graus de liberdade está relacionada com os seguintes fatores: o ambiente pode ser heterogêneo (as estatísticas variam com a distância); não-estacionário (as estatísticas variam com o tempo); heterogêneo e não-estacionário (as estatísticas variam com a distância e com o tempo), de modo que um grande número de vetores secundários não mais representa fielmente a matriz de correlação dos sinais de interferência. Logo, o número de graus de liberdade pode ser reduzido visando obter um menor número de vetores secundários que leve a um desempenho satisfatório na estimativa de $\hat{\mathbf{R}}$. Assim, o número de vetores estatisticamente independentes K , que no caso do *rank* completo deveria ser da ordem de $K \approx 2NM$ para uma perda na SINR em relação ao filtro “ótimo” de $3dB$, poderia ser reduzido para $K \ll 2NM$. Essa nova ordem de K pode ser estimada pela lei de Brennan (3.22), e visto nas Figuras 3.17 e 3.18 a seguir.

Note que uma outra alternativa para a redução do número de vetores secundários seria a utilização de algoritmos de dimensão reduzida [26] [12] e [6]. No entanto, a redução do número de canais (N) e de pulsos processados por CPI (M) pode levar a uma degradação no desempenho do sistema de cancelamento de interferência ocasionado pela redução das aberturas espacial e temporal.

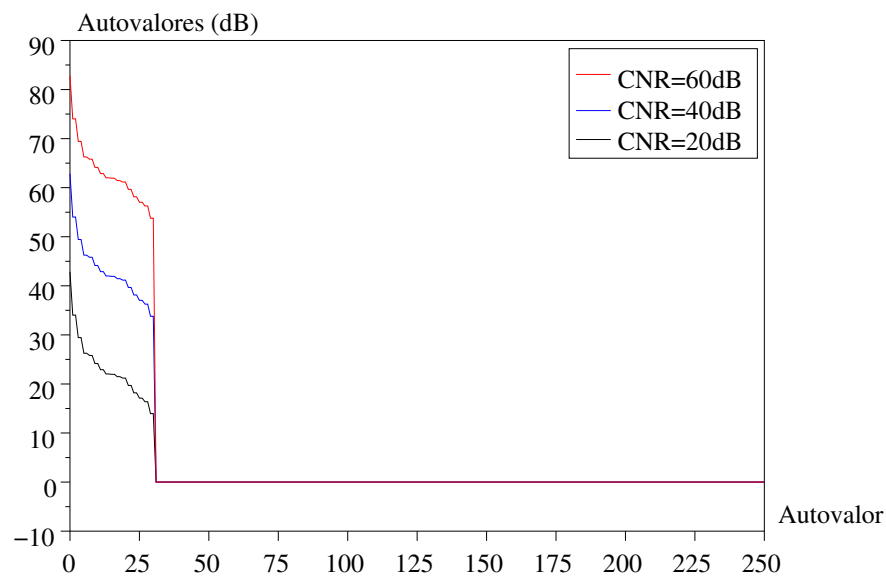


Figura 3.17: Análise dos autovalores da matriz de correlação de *clutter*+ruído para diferentes valores de CNR.

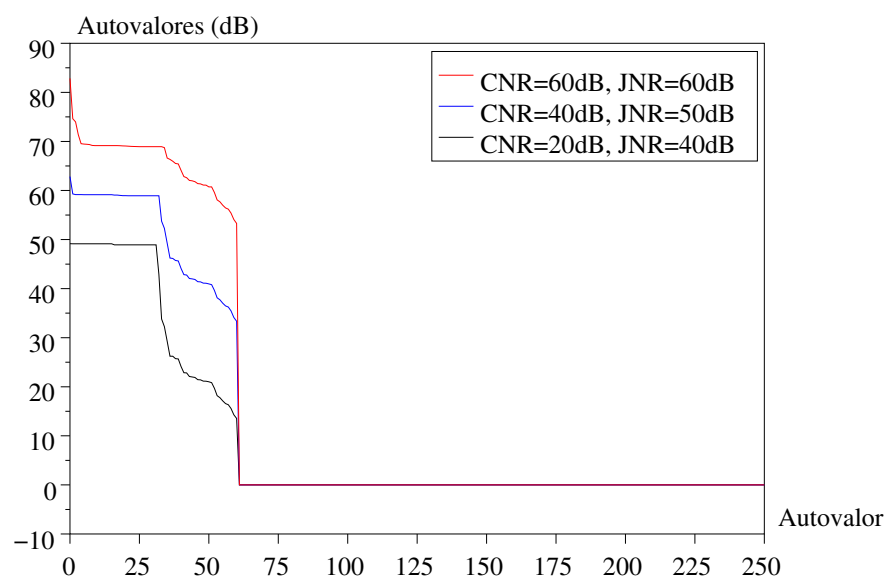


Figura 3.18: Análise dos autovalores da matriz de correlação de *clutter*+*jamming*+ruído (2 *jammers*).

3.3.3 Componentes Principais (PC)

A matriz de correlação estimada dos sinais de interferência+ruído pode ser decomposta, segundo (3.28), em função de seus autovalores e autovetores,

$$\hat{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{\Lambda}}\hat{\mathbf{Q}}^H \quad (3.28)$$

$$= \sum_{i=1}^{NM} \hat{\lambda}_i \hat{\mathbf{q}}_i \hat{\mathbf{q}}_i^H \quad (3.29)$$

em que $\hat{\mathbf{Q}}$ e $\hat{\mathbf{\Lambda}}$ são, respectivamente, as matrizes dos autovetores e autovalores de $\hat{\mathbf{R}}$, obtidos através da decomposição em valores singulares (SVD)¹ [20]. O vetor $\hat{\mathbf{q}}_i, i = 1, 2, \dots, NM$ é o i -ésimo autovetor de $\hat{\mathbf{R}}$, enquanto $\hat{\lambda}_i$ é o i -ésimo autovalor de $\hat{\mathbf{R}}$. Os autovetores $\hat{\mathbf{q}}_i$ e autovalores $\hat{\lambda}_i$ estão dispostos segundo (3.30) e (3.31), a seguir

$$\hat{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{q}}_1 & \hat{\mathbf{q}}_2 & \cdots & \hat{\mathbf{q}}_{NM} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$\hat{\mathbf{\Lambda}} = \begin{bmatrix} \hat{\lambda}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{\lambda}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \hat{\lambda}_{NM} \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

Note que $\hat{\mathbf{Q}}$ é uma matriz modal, isto é, $\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{Q}}^H = \mathbf{I}$ [14], e $\hat{\mathbf{\Lambda}}$ é uma matriz diagonal com os autovalores de $\hat{\mathbf{R}}$ dispostos ao longo da diagonal principal (3.31). Note que a rotina SVD agrupa os autovalores (e respectivos autovetores) em ordem decrescente e, portanto, $\hat{\lambda}_1 > \hat{\lambda}_2 > \dots > \hat{\lambda}_{NM}$. O algoritmo de componentes principais consiste na utilização dos N_r autovalores e autovetores mais significativos de $\hat{\mathbf{R}}$, ou seja, as N_r primeiras colunas de $\hat{\mathbf{Q}}$ e $\hat{\mathbf{\Lambda}}$ são utilizadas. O parâmetro N_r deve ser escolhido de tal forma que seja maior que o número de autovalores de *jamming* e *clutter* acima do nível do ruído (ver Figuras 3.14 a 3.18).

Sabendo que $\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}^{-1}\mathbf{Q}^H$, pode-se reescrever o vetor de coeficientes do filtro

¹ Na verdade, a rotina SVD calcula os valores singulares, a partir dos quais são obtidos os autovalores de $\hat{\mathbf{R}}$.

“ótimo” como

$$\mathbf{w} = \kappa \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(\bar{\phi}, \bar{f}_d) \quad (3.32)$$

$$= \kappa \mathbf{Q} \mathbf{\Lambda}^{-1} \mathbf{Q}^H \mathbf{s}(\bar{\phi}, \bar{f}_d) \quad (3.33)$$

$$= \kappa \left\{ \sum_{i=1}^{NM} \frac{1}{\lambda_i} [\mathbf{q}_i^H \mathbf{s}(\bar{\phi}, \bar{f}_d)] \mathbf{q}_i \right\} \quad (3.34)$$

O resultado obtido em (3.34) pode ser reescrito conforme (3.35) a seguir [29]:

$$\mathbf{w} = \frac{\kappa}{\lambda_{\min}^2} \left\{ \mathbf{s}(\bar{\phi}, \bar{f}_d) - \sum_{i=1}^{NM} \frac{\lambda_i - \lambda_{\min}}{\lambda_i} [\mathbf{q}_i^H \mathbf{s}(\bar{\phi}, \bar{f}_d)] \mathbf{q}_i \right\} \quad (3.35)$$

em que λ_{\min} é o menor autovalor de \mathbf{R} . O algoritmo de componentes principais se refere à utilização dos N_r autovalores mais significativos da matriz de correlação \mathbf{R} . Utilizando os autovalores (e respectivos autovetores) mais significativos, tem-se [30]:

$$\mathbf{w}_{\text{PC}} = \frac{\kappa}{\lambda_{\min}^2} \left\{ \mathbf{s}(\bar{\phi}, \bar{f}_d) - \sum_{i=1}^{N_r} \frac{\lambda_i - \lambda_{\min}}{\lambda_i} [\mathbf{q}_i^H \mathbf{s}(\bar{\phi}, \bar{f}_d)] \mathbf{q}_i \right\} \quad (3.36)$$

Na ausência da matriz de correlação \mathbf{R} real utiliza-se sua estimativa, $\hat{\mathbf{R}}$. Logo, os autovalores λ_i e autovetores \mathbf{q}_i são substituídos por $\hat{\lambda}_i$ e $\hat{\mathbf{q}}_i$, respectivamente. Assim, o vetor de coeficientes do algoritmo de componentes principais é dado por

$$\mathbf{w}_{\text{PC}} = \frac{\kappa}{\lambda_{\min}^2} \left\{ \mathbf{s}(\bar{\phi}, \bar{f}_d) - \sum_{i=1}^{N_r} \frac{\hat{\lambda}_i - \hat{\lambda}_{\min}}{\hat{\lambda}_i} [\hat{\mathbf{q}}_i^H \mathbf{s}(\bar{\phi}, \bar{f}_d)] \hat{\mathbf{q}}_i \right\} \quad (3.37)$$

O número de vetores secundários para a estimativa de $\hat{\mathbf{R}}$ deve ser da ordem de $K = 2N_r \ll NM$. A Figura 3.19, a seguir, ilustra o desempenho do algoritmo no cancelamento de *clutter*, o qual pode ser comparado com os casos ilustrados para o filtro “ótimo” e algoritmos SMI e SMI-DL.

A Figura 3.20, a seguir, ilustra a SINR na saída do filtro para os algoritmos “ótimo”, SMI, SMI-DL ($\delta^2 = 10dB$) e PC. Para esta simulação utilizou-se $N = M = 16$ e $CNR = 60dB$. Os algoritmos SMI-DL e PC utilizaram apenas $K = 2N_r = 62$ vetores na estimação da

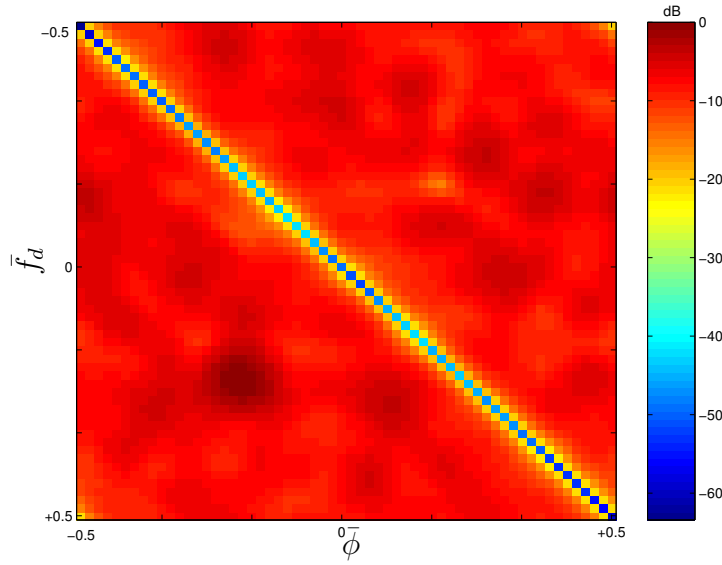


Figura 3.19: Cancelamento de *clutter* pelo algoritmo PC.

matriz de correlação, ao passo que o algoritmo SMI utilizou $K = 2NM = 512$ vetores secundários. Percebe-se que o algoritmo PC é tão eficiente quanto o algoritmo SMI, que utiliza $K = 2NM$ vetores de dados secundários. Um desempenho muito semelhante ao algoritmo PC é obtido pelo algoritmo SMI-DL, utilizando os mesmos $K = 2N_r$ vetores de dados secundários. Isto pode ser explicado da seguinte forma. Utilizando $2N_r$ vetores i.i.d. na estimação de $\hat{\mathbf{R}}$, essa possuirá dimensão $NM \times NM$ e *rank* $2N_r$. O algoritmo PC utilizará os N_r autovalores (e respectivos autovetores) mais significativos, enquanto o SMI-DL utilizará todos os $2N_r$ autovalores e autovetores. No entanto, o vetor de coeficientes obtido através do algoritmo SMI-DL se aproxima ao do obtido pelo algoritmo PC porque os autovalores menos significativos de $\hat{\mathbf{R}}_{DL}$ terão pouca influência, enquanto no algoritmo PC, esses não terão influência alguma, no cálculo do vetor de coeficientes. Sabe-se que a soma de um escalar à diagonal principal de $\hat{\mathbf{R}}$ afeta minimamente os autovalores mais significativos (veja Figuras 3.14 e 3.15), enquanto nivela os menos significativos ao nível δ^2 , tornando $\hat{\mathbf{R}}_{DL}$ uma matriz não singular.

Apesar de alcançar um desempenho satisfatório utilizando um número reduzido de vetores secundários, os algoritmos de *rank* reduzido, que utilizam informação dos dados recebidos para escolher os autovalores mais significativos (e respectivos autovetores), apresentam

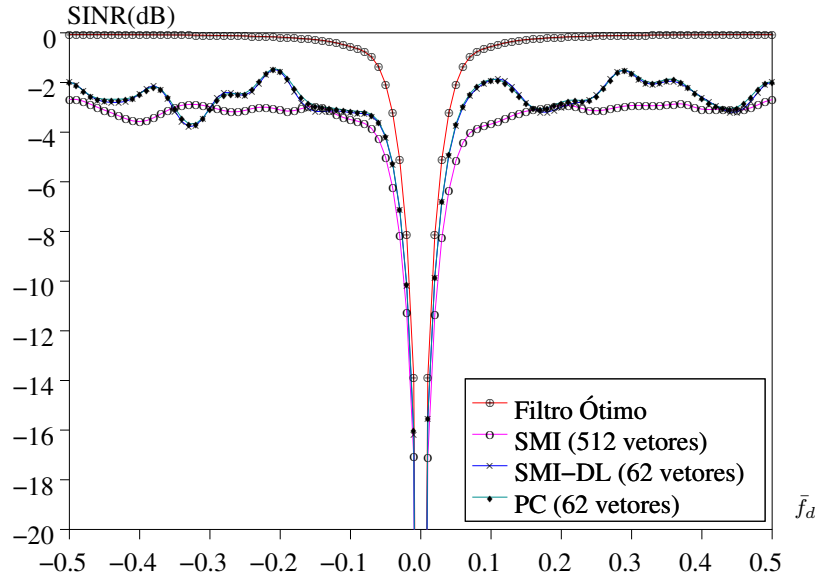


Figura 3.20: Relação sinal-ruído+interferência na saída do filtro.

uma desvantagem: a utilização de rotinas que são de difícil implementação prática², como a decomposição em valor singular [9].

As Figuras 3.21, 3.22 e 3.23, a seguir, ilustram o cancelamento de *jamming* e *clutter* utilizando os algoritmos adaptativos SMI, SMI-DL e PC para a seguinte configuração: $\bar{\phi}_{J1} = -0,4$, $\bar{\phi}_{J2} = 0,4$, $JNR = 50dB$, $CNR = 60dB$, $N = M = 10$ e $SNR = 10dB$. Para os algoritmos SMI e SMI-DL utilizou-se $K = 2NM$ vetores secundários, enquanto para o algoritmo PC utilizou-se apenas $K = N_r + MN_J$, segundo (3.22) e (3.27).

Custo Computacional do Algoritmo PC

A Tabela 3.3 a seguir ilustra a complexidade computacional, em FLOPS, por etapa do algoritmo de componentes principais.

² A expressão “difícil implementação prática” refere-se à dificuldade de obter-se, em aplicações práticas, o mesmo desempenho obtido em laboratório (i.e., em ambiente de simulação computacional).

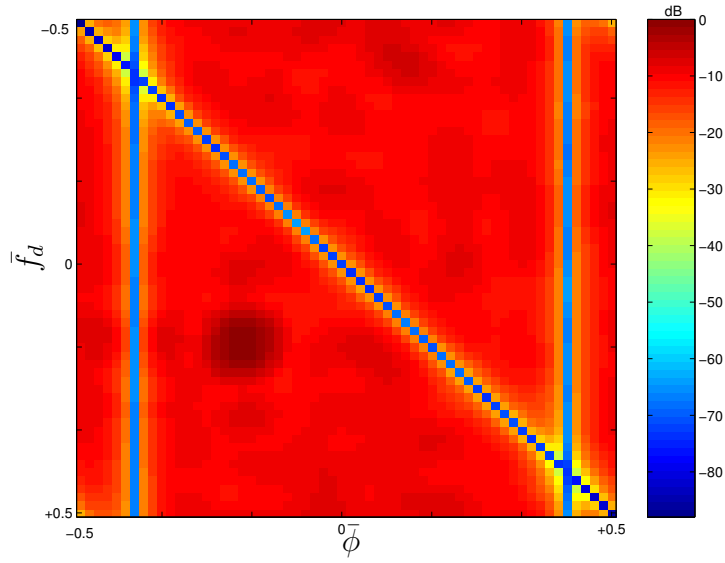
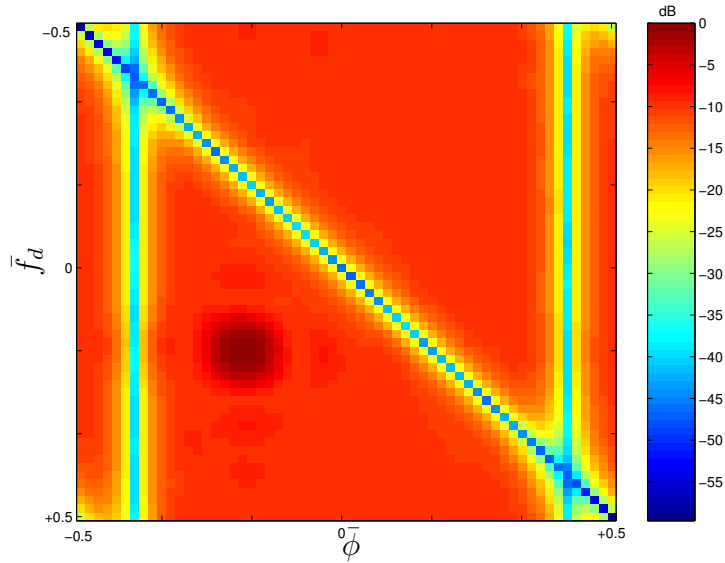
Figura 3.21: Cancelamento de *jamming* e *clutter* pelo algoritmo SMI.Figura 3.22: Cancelamento de *jamming* e *clutter* pelo algoritmo SMI-DL.

Tabela 3.3: Custo computacional do algoritmo PC.

Operação	Custo Computacional (FLOPS)
$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K} \sum_{\substack{k=1, \\ k \in \mathcal{U}}}^K \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k)$	$\frac{1}{2} K N M (N M + 1)$
SVD (\mathbf{X})	$4(N M)^2 K + 22 K^3$
$\mathbf{w}_{\text{PC}} = \kappa \left\{ \mathbf{s}(\bar{\phi}, \bar{f}_d) - \sum_{i=1}^{N_r} \frac{\lambda_i - \lambda_{\min}}{\lambda_i} [\mathbf{q}_i^H \mathbf{s}(\bar{\phi}, \bar{f}_d)] \mathbf{q}_i \right\}$	$3(N M) N_r + 2 N M$
continua na próxima página...	

<i>continuação...</i>	
Operação	Custo Computacional (FLOPS)
Custo Total	$\frac{9}{2}K(NM)^2 + \left[\frac{K}{2} + 3N_r + 2\right](NM) + 22K^3$

A matriz \mathbf{X} tem dimensão $NM \times K$, com os $K = 2N_r$ vetores secundários utilizados na estimação da matriz de correlação $\hat{\mathbf{R}}$:

$$\mathbf{X} = \frac{1}{\sqrt{K}} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(1) & \mathbf{x}(2) & \cdots & \mathbf{x}(K) \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

e

$$\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{X}\mathbf{X}^H \quad (3.39)$$

A Tabela 3.4 a seguir compara o custo computacional, em MFLOPS (milhões de FLOPS), dos algoritmos SMI-DL ($K = 2N_r$), SMI ($K = 2NM$) e PC ($K = 2N_r$) para diferentes ordens N e M .

Tabela 3.4: Comparação do custo computacional dos algoritmos SMI-DL, SMI e PC.

N, M	SMI-DL	SMI	PC
$N = 10, M = 10$	1,053	2,673	2,925
$N = 14, M = 16$	10,44	30,00	17,41
$N = 16, M = 16$	15,29	44,78	23,56

Verifica-se que o algoritmo SMI-DL, utilizando $K = 2N_r$ vetores secundários, apresenta o menor custo computacional. Esse algoritmo apresenta um desempenho muito próximo ao algoritmo de componentes principais (veja Figura 3.20), sem a necessidade da SVD, tornando-o interessante para aplicações práticas. Note que o número de operações necessárias para o algoritmo SMI, que utiliza $K = 2NM$ vetores secundários, aumenta significativamente em relação a seus concorrentes à medida em que a ordem do filtro é aumentada. Não

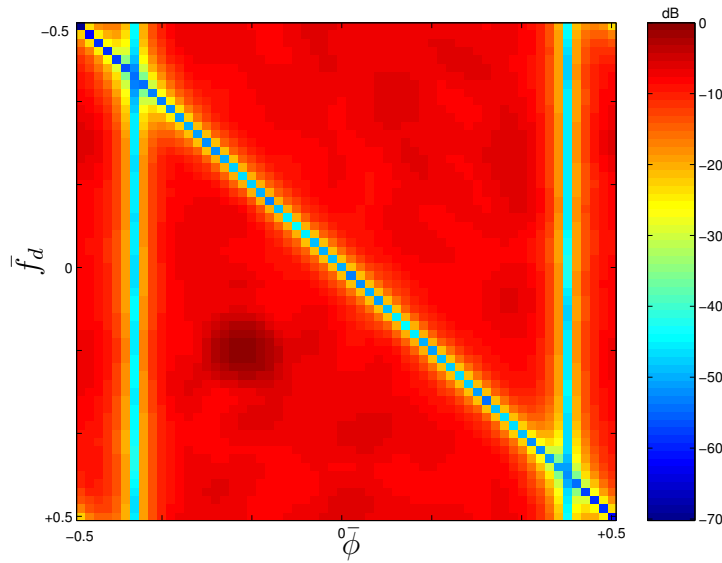


Figura 3.23: Cancelamento de *jamming* e *clutter* pelo algoritmo PC.

apenas pelo elevado custo computacional, mas também pelo elevado número de vetores secundários utilizados na estimação de $\hat{\mathbf{R}}$. Dessa forma, esse algoritmo não é considerado eficiente. Isto é, não apresenta rápida convergência estatística e possui elevado custo computacional. No entanto, o algoritmo SMI é muito utilizado como padrão de comparação na literatura.

Um outro algoritmo de *rank* reduzido é o algoritmo *Cross-Spectral Metric* (CSM) [21]. Esse algoritmo é semelhante ao algoritmo PC, onde a diferença é o critério na escolha dos autovalores e autovetores a serem utilizados na construção do vetor de coeficientes do filtro adaptativo. Enquanto o algoritmo de componentes principais utiliza os maiores autovalores em absoluto, o CSM utiliza os autovalores que mais contribuem na SINR na saída do filtro. Nessa Dissertação abordou-se, como exemplo de algoritmo de *rank* reduzido, apenas o algoritmo PC, por ser um dos algoritmos mais comuns encontrados na literatura.

3.4 Conclusão

Neste capítulo foram abordadas diferentes formas de processamento no domínio espaço-temporal. Primeiramente foi explicada a forma em que os dados são recebidos, podendo ser visualizados num “cubo”. Em seguida foi abordado o processamento adaptativo de

rank completo, através do algoritmo SMI. Adicionando um escalar à diagonal da matriz de correlação estimada pode-se corrigir deficiências na estimação dessa matriz, evitando lobos secundários de grande amplitude e lobo primário com distorções. O algoritmo SMI-DL incorpora essas características ao algoritmo SMI convencional. Verificou-se, por simulações, que o vetor de coeficientes obtido através do algoritmo SMI-DL leva a um maior cancelamento de interferência, em relação ao algoritmo SMI, facilitando a detecção de sinais de alvo presentes.

Também foi discutido, ao longo desse capítulo, que algoritmos de *rank* completo necessitam de um elevado número de vetores secundários na estimação da matriz de correlação das interferências. A necessidade de muitos vetores secundários implica na coleta de dados de regiões muito distantes daquela sob investigação, o que degrada a hipótese de vetores i.i.d. e ambientes estacionários e/ou homogêneos. Explicada a necessidade da utilização de um número reduzido de vetores secundários, somado ao conhecimento da natureza das matrizes de *clutter* e *jamming* (baixo *rank* comparado à ordem do filtro), foi apresentado o algoritmo de componentes principais, que encaixa-se na categoria de algoritmos de *rank* reduzido. O algoritmo de componentes principais utiliza um número reduzido de vetores secundários na estimação da matriz de correlação das interferências, em que apenas os autovalores (e respectivos autovetores) de maior magnitude são utilizados. Como desvantagem de algoritmos de *rank* reduzido, dependentes dos dados recebidos, pode-se citar a necessidade da decomposição em valor singular para a obtenção dos autovalores e autovetores da matriz de correlação estimada, além de um elevado custo computacional, pois não há redução na dimensão do problema. Outro problema conhecido, associado aos algoritmos que utilizam decomposição em valor singular é que, em situações práticas, essa decomposição não funciona tão bem como o esperado, quando projetado usando *softwares* como MATLAB.

Ainda, nesse capítulo, foi verificado que o algoritmo SMI-DL pode utilizar um número reduzido de vetores secundários na estimação da matriz de correlação de interferências, conseguindo ter seu desempenho muito próximo ao algoritmo de componentes principais aliado a um menor custo computacional, tornando-o interessante para aplicações práticas.

Capítulo 4

O Algoritmo RSMI

Nos capítulos anteriores foram revisados os principais conceitos de sistemas de radar, processamentos espacial, temporal e espaço-temporal, algoritmos adaptativos de *rank* completo e reduzido. Também foi detalhado como os dados recebidos são organizados (i.e., cubo de dados) e processados. Este capítulo tem como objetivo introduzir um novo algoritmo, denominado RSMI (*Recursive SMI*), que apresenta como principais vantagens menor custo computacional e processamento de dados no tempo rápido.

Na primeira seção desse capítulo será feita uma breve revisão sobre algoritmos recursivos em ordem. Na seção seguinte será introduzido o algoritmo RSMI e serão feitas comparações com os algoritmos adaptativos vistos no capítulo anterior, com o foco voltado principalmente ao custo computacional. Um resumo sobre os resultados obtidos ao longo desse capítulo encontra-se na última seção.

4.1 Algoritmos Recursivos em Ordem

Nessa seção será feita uma breve revisão sobre solução de equações normais por algoritmos recursivos em ordem, que será a ferramenta utilizada no desenvolvimento do algoritmo RSMI na seção seguinte. Para um material mais extenso sobre algoritmos recursivos em ordem, sugere-se a leitura de [14].

Considere um vetor de dados, \mathbf{x} , de dimensão $N \times 1$ na entrada de um filtro, cujo vetor

de coeficientes \mathbf{w} tem dimensão idêntica. A matriz de correlação do processo de entrada é dada por:

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n)\}. \quad (4.1)$$

Sabe-se que o vetor de coeficientes estatisticamente “ótimo” é obtido pela solução das equações normais

$$\mathbf{R}\mathbf{w} = \mathbf{d}, \quad (4.2)$$

em que \mathbf{d} é o vetor de correlação cruzada entre o sinal desejado $y(n)$ e o vetor de entrada $\mathbf{x}(n)$:

$$\mathbf{d} = E\{\mathbf{x}(n)y^*(n)\}. \quad (4.3)$$

No entanto, a solução de (4.2) é um processo computacionalmente pesado. Uma alternativa para se obter a solução desse sistema de equações é a utilização de algoritmos recursivos em ordem. Suponha que a matriz de correlação \mathbf{R} de dimensão $N \times N$, assim como o vetor de correlação cruzada \mathbf{d} de dimensão $N \times 1$ sejam inteiramente conhecidos. O vetor de coeficientes \mathbf{w} de dimensão $N \times 1$, solução das equações normais, pode ser obtido de forma recursiva, isto é, pela solução de sistemas de ordem inferior. Dessa forma, a solução obtida para uma ordem será utilizada para o cálculo do vetor de coeficientes de uma ordem acima.

Para a derivação das equações recursivas em ordem, considere a matriz \mathbf{R}_{m+1} e o vetor \mathbf{d}_{m+1} de dimensões $[(N+1) \times (N+1)]$ e $[(N+1) \times 1]$, respectivamente. A matriz \mathbf{R}_{m+1} pode ser escrita em função da matriz de correlação do mesmo processo de ordem inferior, isto é,

$$\mathbf{R}_{m+1} = E\{\mathbf{x}_{m+1}(n)\mathbf{x}_{m+1}^H(n)\} \quad (4.4)$$

$$= E\left\{\begin{bmatrix} \mathbf{x}_m(n) \\ x(n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}^H(n) & x^*(n) \end{bmatrix}\right\} \quad (4.5)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_m & \gamma \\ \gamma^H & \sigma^2 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

em que \mathbf{x}_{m+1} é o vetor de entrada do filtro de dimensão $[(N+1) \times 1]$, $\gamma = E\{\mathbf{x}_m(n)x^*(n)\}$ e $\sigma^2 = E\{x(n)x^*(n)\}$. A matriz de correlação do processo de entrada de ordem m , \mathbf{R}_m , é obtida tomando-se os $N \times N$ elementos superiores de \mathbf{R}_{m+1} :

$$\mathbf{R}_m = \mathbf{R}_{m+1}^{[N]} \quad (4.7)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_m & X \\ X & X \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

em que X representa o elemento de \mathbf{R}_{m+1} que não está sendo considerado. O mesmo procedimento é realizado com o vetor de correlação cruzada:

$$\mathbf{d}_{m+1} = E\{\mathbf{x}(n)y^*(n)\} \quad (4.9)$$

$$= E\left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m(n) \\ x(n) \end{bmatrix} y^*(n) \right\} \quad (4.10)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{d}_m \\ d \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

De forma análoga, o vetor \mathbf{d}_m é escrito, em função de \mathbf{d}_{m+1} , por:

$$\mathbf{d}_m = \mathbf{d}_{m+1}^{[N]} \quad (4.12)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{d}_m \\ X \end{bmatrix}. \quad (4.13)$$

A matriz de correlação \mathbf{R}_{m+1} pode ser fatorada utilizando a decomposição em matrizes triangular inferior \mathbf{L}_{m+1} e diagonal \mathbf{D}_{m+1} , segundo¹

$$\mathbf{R}_{m+1} = \mathbf{L}_{m+1} \mathbf{D}_{m+1} \mathbf{L}_{m+1}^H \quad (4.14)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{L}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{l}^H & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^H & \sigma^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{l}^H & 1 \end{bmatrix}^H \quad (4.15)$$

¹ Note que o vetor \mathbf{l} não é o vetor unidade, isto é, $\mathbf{l}^H \neq \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix}$.

em que \mathbf{L}_m e \mathbf{D}_m são, também, matrizes triangular inferior e diagonal. As condições necessárias para que \mathbf{L}_{m+1} e \mathbf{D}_{m+1} sejam únicas (i.e., não existem outras matrizes que fatorem \mathbf{R}_{m+1} no produto de matrizes triangular inferior e diagonal) são: \mathbf{R}_{m+1} deve ser Hermitiana (i.e., $\mathbf{R}_{m+1} = \mathbf{R}_{m+1}^H$); e que \mathbf{R}_{m+1} possua todos os pivôs [20] (i.e., seja de *rank* completo). Observando (4.4), verifica-se que \mathbf{R}_{m+1} é Hermitiana. A condição de matriz definida positiva pode ser provada pela hipótese da indução [14].

A solução de (4.2) é obtida substituindo-se (4.14) em (4.2):

$$\mathbf{R}_{m+1} \mathbf{w}_{m+1} = \mathbf{d}_{m+1} \quad (4.16)$$

$$(\mathbf{L}_{m+1} \mathbf{D}_{m+1} \mathbf{L}_{m+1}^H) \mathbf{w}_{m+1} = \mathbf{d}_{m+1} \quad (4.17)$$

$$\mathbf{L}_{m+1} \mathbf{D}_{m+1} \mathbf{k}_{m+1} = \mathbf{d}_{m+1} \quad (4.18)$$

em que \mathbf{k}_{m+1} é um vetor de coeficientes intermediário, definido como

$$\mathbf{k}_{m+1} \triangleq \mathbf{L}_{m+1}^H \mathbf{w}_{m+1}. \quad (4.19)$$

A equação (4.18) possui propriedade de recursividade ótima, isto é, a solução das equações de ordem $m + 1$ são obtidas em função da solução obtida para a ordem inferior, m . Isso ocorre porque a inversa de $\mathbf{L}_{m+1} \mathbf{D}_{m+1}$, dada por \mathbf{Q}_{m+1}

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{1}^H & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^H & \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_m & \mathbf{q}_a \\ \mathbf{q}_b^H & q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^H & 1 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{L}_m \mathbf{D}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{1}^H \mathbf{D}_m & \sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_m & \mathbf{q}_a \\ \mathbf{q}_b^H & q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^H & 1 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}_m & \mathbf{q}_a \\ \mathbf{q}_b^H & q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{L}_m \mathbf{D}_m)^{-1} & \mathbf{0} \\ -\frac{1}{\sigma} \mathbf{1}^H \mathbf{L}_m^{-1} & \frac{1}{\sigma} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

também é uma matriz triangular inferior para todo m . No entanto, a obtenção do vetor de coeficientes \mathbf{w}_{m+1} a partir de \mathbf{k}_{m+1} é feita a partir de um sistema de equações triangular

superior, impossibilitando o cálculo recursivo de \mathbf{w}_{m+1} de maneira eficiente.

Considere agora o sinal filtrado $\hat{y}_{m+1}(n)$, dado por

$$\hat{y}_{m+1}(n) = \mathbf{w}_{m+1}^H \mathbf{x}_{m+1}(n). \quad (4.23)$$

Substituindo o vetor de coeficientes \mathbf{w}_{m+1} por \mathbf{k}_{m+1} segundo (4.19), tem-se

$$\hat{y}_{m+1}(n) = (\mathbf{L}_{m+1}^{-H} \mathbf{k}_{m+1})^H \mathbf{x}_{m+1}(n) \quad (4.24)$$

$$= \mathbf{k}_{m+1}^H [\mathbf{L}_{m+1}^{-1} \mathbf{x}_{m+1}(n)] \quad (4.25)$$

$$= \mathbf{k}_{m+1}^H \hat{\mathbf{x}}_{m+1}(n) \quad (4.26)$$

em que o vetor $\hat{\mathbf{x}}_{m+1}(n)$ é o vetor de inovações do processo $\mathbf{x}_{m+1}(n)$ [14]. Note que a equação (4.26) pode ser reescrita como

$$\hat{y}_{m+1}(n) = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_m^H & \mathbf{k}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_m(n) \\ \hat{x}(n) \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$= \hat{y}_m(n) + \hat{y}(n). \quad (4.28)$$

A expressão (4.28) descreve uma equação recursiva para o cálculo do sinal filtrado $\hat{y}_{m+1}(n)$. Para casos em que apenas o sinal filtrado é de interesse, como em sistemas de radar, não há necessidade em resolver o sistema de equações (4.19) para que o vetor \mathbf{w}_{m+1} seja obtido. Logo, todo o equacionamento utilizado nessa seção será também utilizado na seção seguinte, com algumas alterações, devido à utilização de um *array* para a coleta dos dados.

4.2 Derivação do Algoritmo RSMI

Relembrando o Capítulo 3, a cada intervalo de amostragem à taxa A/D, um novo vetor de dados é recebido (veja Seção 3.1). Um cubo de dados será formado após os L vetores referentes aos M pulsos de um CPI terem sido recebidos. O cancelamento de interferências

e, conseqüentemente, a detecção de alvos se dará apenas quando esse cubo estiver completo.

Em radares TWS (*Track While Scan*), o tempo de processamento é dividido nas etapas: 1) coleta de dados e 2) procura por novos alvos e rastreamento dos alvos já detectados. É de interesse que esse tempo seja utilizado ao máximo na procura e rastreamento, minimizando o tempo em espera (coleta de dados). Com esse objetivo em mente será derivado o algoritmo RSMI, que processará de forma recursiva os dados recebidos no tempo rápido, reduzindo o tempo em que o processador ficaria em espera durante a montagem do cubo de dados.

Considere o cubo de dados ilustrado na Figura 3.5. Sabe-se que o vetor de coeficientes que maximiza a relação sinal-ruído+interferência na saída do filtro é dado por:

$$\mathbf{w} = \kappa \hat{\mathbf{R}}^{-1} \bar{\mathbf{s}}_{s-t}(\bar{\phi}, \bar{f}_d) \quad (4.29)$$

em que $\bar{\mathbf{s}}_{s-t}(\bar{\phi}, \bar{f}_d)$ é o vetor de direcionamento espaço-temporal normalizado, definido como o produto Kronecker entre os vetores de direcionamento temporal e espacial:

$$\bar{\mathbf{s}}_{s-t}(\bar{\phi}, \bar{f}_d) = \bar{\mathbf{s}}_t(\bar{f}_d) \otimes \bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}). \quad (4.30)$$

Esses vetores, definidos em (2.32) e (2.127), são reescritos a seguir:

$$\bar{\mathbf{s}}_t(\bar{f}_d) = \frac{1}{\sqrt{M}} [1 \ e^{j2\pi\bar{f}_d} \ \dots \ e^{j2\pi(M-1)\bar{f}_d}]^T \quad (4.31)$$

$$\bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}) = \frac{1}{\sqrt{N}} [1 \ e^{j2\pi\bar{\phi}} \ \dots \ e^{j2\pi(N-1)\bar{\phi}}]^T. \quad (4.32)$$

Para facilitar a notação, o vetor de direcionamento espaço-temporal normalizado $\bar{\mathbf{s}}_{s-t}(\bar{\phi}, \bar{f}_d)$ será escrito simplesmente como \mathbf{s} ao longo desse capítulo. Após a determinação do vetor de coeficientes \mathbf{w} , o sinal referente à distância sob investigação, $\mathbf{x}(l)$, é filtrado segundo

$$y(l) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(l). \quad (4.33)$$

Assumindo a hipótese de que as interferências possuam estatísticas de média zero e se-

jam processos aleatórios estacionários no sentido amplo [14], considere que os *snapshots* referentes ao primeiro pulso ($m = 1$) estejam sendo recebidos pelo *array*. Esses vetores são coletados e a matriz de correlação do processo é estimada, segundo

$$\hat{\mathcal{R}}_{11} = \frac{1}{K} \sum_{\substack{k=1, \\ k \in \mathcal{U}}}^K \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k). \quad (4.34)$$

Em (4.34), assim como em (3.12), os vetores referentes à distância sob investigação e células de guarda são ignorados. Note que o vetor $\mathbf{x}(k)$ é um vetor de variáveis aleatórias complexas de dimensão $N \times 1$. Todos os vetores recebidos durante o m -ésimo pulso são agrupados no vetor $\mathbf{x}_{\mathbf{m},\mathbf{k}} = [x_{1,m,k} \ x_{2,m,k} \ \cdots \ x_{N,m,k}]^T$, em que $x_{i,m,k}$ representa as amostras recebidas pelo i -ésimo sensor, m -ésimo pulso e k -ésima célula de distância. O vetor de coeficientes referente ao primeiro pulso é obtido através de (4.29) e (4.34):

$$\mathbf{w}_1 = \kappa_1 \hat{\mathcal{R}}_{11}^{-1} \mathbf{s}_1 \quad (4.35)$$

Ao longo desse capítulo será utilizada a notação \mathbf{s}_m para descrever o vetor de direcionamento espaço-temporal de dimensão $Nm \times 1$, conforme

$$\mathbf{s}_m = \bar{\mathbf{s}}_{s-t}^{[Nm]}(\bar{\phi}, \bar{f}_d) \quad (4.36)$$

$$= \bar{\mathbf{s}}_t^{[Nm]}(\bar{f}_d) \otimes \bar{\mathbf{s}}_s(\bar{\phi}) \quad (4.37)$$

e

$$\kappa_m = (\mathbf{s}_m^H \hat{\mathcal{R}}_{mm}^{-1} \mathbf{s}_m)^{-1} \quad (4.38)$$

é o ganho complexo que irá satisfazer a restrição de ganho unitário na direção de observação (MVDR) para o vetor

$$\mathbf{w}_m = \kappa_m \mathbf{R}_m^{-1} \mathbf{s}_m. \quad (4.39)$$

Note que, como o vetor de coeficientes obtido em (4.35) considera somente dados referentes a um pulso, \mathbf{w}_1 é um filtro espacial.

Considere agora que os *snapshots* referentes ao segundo pulso estejam sendo recebidos. À medida em que esses vetores são recebidos, estima-se a matriz de correlação marginal $\hat{\mathcal{R}}_{22}$ (como feito para $m = 1$), assim como a matriz de correlação cruzada entre os dados recebidos em $m = 1$ e $m = 2$, $\hat{\Gamma}_2$:

$$\Gamma_2 = E\{\mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2^H\} \quad (4.40)$$

$$\hat{\Gamma}_2 = \frac{1}{K} \sum_{\substack{k=1, \\ k \ni \mathcal{U}}}^K \mathbf{x}_1(k) \mathbf{x}_2^H(k). \quad (4.41)$$

Observando (4.40) e (4.41), fica claro que $\hat{\Gamma}_2$ é uma estimativa de Γ_2 . Com $\hat{\mathcal{R}}_{22}$ e $\hat{\Gamma}_2$ calculados, obtém-se a matriz de correlação espaço-temporal $2N \times 2N$, $\hat{\mathbf{R}}_2$, como segue:

$$\hat{\mathbf{R}}_2 = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}_1 & \hat{\Gamma}_2 \\ \hat{\Gamma}_2^H & \hat{\mathcal{R}}_{22} \end{bmatrix}. \quad (4.42)$$

Note que $\hat{\mathbf{R}}_1 = \hat{\mathcal{R}}_{11}$, pois para $m = 1$ a matriz de correlação é de dimensão $N \times N$. Agora, generalizando para o m -ésimo pulso recebido, estima-se a matriz de correlação marginal $\hat{\mathcal{R}}_{mm}$ e a matriz de correlação cruzada entre os dados recebidos nos $m - 1$ pulsos anteriores e no pulso atual. Essa matriz de dimensão $N(m - 1) \times N$ é dada por $\hat{\Gamma}_m$:

$$\hat{\Gamma}_m = \begin{bmatrix} \hat{\Gamma}_1 \\ \hat{\Gamma}_2 \\ \vdots \\ \hat{\Gamma}_{m-1} \end{bmatrix} = \frac{1}{K} \sum_{\substack{k=1, \\ k \ni \mathcal{U}}}^K \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(k) \mathbf{x}_m^H(k) \\ \mathbf{x}_2(k) \mathbf{x}_m^H(k) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{m-1}(k) \mathbf{x}_m^H(k) \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

e, segundo (4.42), obtém-se a matriz de correlação $\hat{\mathbf{R}}_{m+1}$:

$$\hat{\mathbf{R}}_{m+1} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}_m & \hat{\Gamma}_m \\ \hat{\Gamma}_m^H & \hat{\mathcal{R}}_{mm} \end{bmatrix}. \quad (4.44)$$

Note que a matriz $\hat{\mathbf{R}}_{m+1}$ possui dimensão $[N(m + 1) \times N(m + 1)]$, podendo ser fatorada na

forma

$$\hat{\mathbf{R}}_{m+1} = \mathbf{L}_{m+1} \mathbf{D}_{m+1} \mathbf{L}_{m+1}^H \quad (4.45)$$

para qualquer m . As matrizes \mathbf{L}_{m+1} e \mathbf{D}_{m+1} são, respectivamente, matrizes triangular inferior e bloco-diagonal, cujas dimensões são concordantes com as de $\hat{\mathbf{R}}_{m+1}$. Essa fatoração é possível pois $\hat{\mathbf{R}}_{m+1}$ é uma matriz Hermitiana de *rank* completo² [20]. A fatoração em (4.45) segue como

$$\hat{\mathbf{R}}_{m+1} = \mathbf{L}_{m+1} \mathbf{D}_{m+1} \mathbf{L}_{m+1}^H \quad (4.46)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}_m & \hat{\mathbf{\Gamma}}_m \\ \hat{\mathbf{\Gamma}}_m^H & \hat{\mathcal{R}}_{mm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_m & \mathbf{O} \\ \mathcal{L} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_m & \mathbf{O} \\ \mathbf{O}^H & \Sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{L}_m^H & \mathcal{L}^H \\ \mathbf{O}^H & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{L}_m \mathbf{D}_m \mathbf{L}_m^H & \mathbf{L}_m \mathbf{D}_m \mathcal{L}^H \\ \mathcal{L} \mathbf{D}_m \mathbf{L}_m^H & \mathcal{L} \mathbf{D}_m \mathcal{L}^H + \Sigma \end{bmatrix}. \quad (4.48)$$

As matrizes \mathcal{L} e Σ são obtidas resolvendo (4.49) e (4.51), respectivamente:

$$\hat{\mathbf{\Gamma}}_m^H = \mathcal{L} \mathbf{D}_m \mathbf{L}_m^H \quad (4.49)$$

$$\mathcal{L} = \hat{\mathbf{\Gamma}}_m^H (\mathbf{D}_m \mathbf{L}_m^H)^{-1} \quad (4.50)$$

$$\hat{\mathcal{R}}_{mm} = \mathcal{L} \mathbf{D}_m \mathcal{L}^H + \Sigma \quad (4.51)$$

$$\Sigma = \hat{\mathcal{R}}_{mm} - \mathcal{L} \mathbf{D}_m \mathcal{L}^H. \quad (4.52)$$

Assim, \mathbf{L}_{m+1} mantém sua forma triangular inferior, enquanto \mathbf{D}_{m+1} é uma matriz bloco-diagonal, pois Σ é uma matriz cheia.

O vetor de coeficientes “ótimo” de ordem m é obtido resolvendo as equações normais

$$\mathbf{R}_m \mathbf{w}_m = \mathbf{s}_m. \quad (4.53)$$

Como o custo computacional é um fator de interesse nessa Dissertação, evita-se resolver

² Pode ser necessária a adição de um termo à diagonal principal dessa matriz para assegurar a condição de *rank* completo.

esse sistema de equações pela inversão de \mathbf{R}_m . Como alternativa, utiliza-se a decomposição \mathbf{LDL}^H para a solução de (4.53) [14]:

$$\mathbf{R}_m \mathbf{w}_m = \mathbf{s}_m \quad (4.54)$$

$$\mathbf{L}_m \mathbf{D}_m \mathbf{L}_m^H \mathbf{w}_m = \mathbf{s}_m \quad (4.55)$$

$$\mathbf{k}_m = (\mathbf{L}_m \mathbf{D}_m)^{-1} \mathbf{s}_m \quad (4.56)$$

em que definiu-se

$$\mathbf{L}_m^H \mathbf{w}_m \triangleq \mathbf{k}_m \quad (4.57)$$

como um vetor de coeficientes intermediários que pode ser calculado de forma recursiva, como segue:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_{m+1} &= (\mathbf{L}_{m+1} \mathbf{D}_{m+1})^{-1} \mathbf{s}_{m+1} \\ &= \begin{bmatrix} (\mathbf{L}_m \mathbf{D}_m)^{-1} & \mathbf{O} \\ -\Sigma^{-1} \mathcal{L} \mathbf{L}_m^{-1} & \Sigma^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}_m \\ \mathbf{s}_N \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} (\mathbf{L}_m \mathbf{D}_m)^{-1} \mathbf{s}_m \\ -\Sigma^{-1} \mathcal{L} \mathbf{L}_m^{-1} \mathbf{s}_m + \Sigma^{-1} \mathbf{s}_N \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{k}_m \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.58)$$

na qual $\mathbf{k} \triangleq -\Sigma^{-1} \mathcal{L} \mathbf{L}_m^{-1} \mathbf{s}_m + \Sigma^{-1} \mathbf{s}_N$. Note que $\mathbf{k}_m \in \mathcal{C}^{Nm \times 1}$ e $\mathbf{k} \in \mathcal{C}^{N \times 1}$. O vetor \mathbf{s}_{m+1} é dado por $\bar{\mathbf{s}}_{s-t}^{[N(m+1)]}(\bar{\phi}, \bar{f}_d)$, ao passo que $\mathbf{s}_m = \mathbf{s}_{m+1}^{[Nm]}$ e $\mathbf{s}_N = \mathbf{s}_{m+1}^{[N]}$.

A seguir será obtida uma expressão para o cálculo recursivo do escalar complexo κ_{m+1} que atenda a restrição de ganho unitário na direção de interesse (i.e., $\kappa_m \mathbf{w}_m^H \mathbf{s}_m = 1$). Das

equações (4.38) e (4.56), tem-se

$$1/\kappa_{m+1} = \mathbf{s}_{m+1}^H \hat{\mathbf{R}}_{m+1}^{-1} \mathbf{s}_{m+1} \quad (4.59)$$

$$= \mathbf{s}_{m+1}^H (\mathbf{L}_{m+1} \mathbf{D}_{m+1} \mathbf{L}_{m+1}^H)^{-1} \mathbf{s}_{m+1} \quad (4.60)$$

$$= (\mathbf{L}_{m+1}^{-1} \mathbf{s}_{m+1})^H (\mathbf{L}_{m+1} \mathbf{D}_{m+1})^{-1} \mathbf{s}_{m+1} \quad (4.61)$$

$$= (\mathbf{L}_{m+1}^{-1} \mathbf{s}_{m+1})^H \mathbf{k}_{m+1} \quad (4.62)$$

e o termo $(\mathbf{L}_{m+1}^{-1} \mathbf{s}_{m+1})$ é dado por:

$$\mathbf{L}_{m+1}^{-1} \mathbf{s}_{m+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_m^{-1} & \mathbf{O} \\ -\mathcal{L} \mathbf{L}_m^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}_m \\ \mathbf{s}_N \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{L}_m^{-1} \mathbf{s}_m \\ \mathbf{s}_N - \mathcal{L} \mathbf{L}_m^{-1} \mathbf{s}_m \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

Das equações (4.60) e (4.64), tem-se:

$$1/\kappa_{m+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_m^{-1} \mathbf{s}_m \\ \mathbf{s}_N - \mathcal{L} \mathbf{L}_m^{-1} \mathbf{s}_m \end{bmatrix}^H \begin{bmatrix} \mathbf{k}_m \\ \mathbf{k} \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

$$= (\mathbf{L}_m^{-1} \mathbf{s}_m)^H \mathbf{k}_m + (\mathbf{s}_N - \mathcal{L} \mathbf{L}_m^{-1} \mathbf{s}_m)^H \mathbf{k} \quad (4.66)$$

$$= 1/\kappa_m + 1/\kappa \quad (4.67)$$

com

$$1/\kappa_m = (\mathbf{L}_m^{-1} \mathbf{s}_m)^H \mathbf{k}_m \quad (4.68)$$

e

$$1/\kappa = (\mathbf{s}_N - \mathcal{L} \mathbf{L}_m^{-1} \mathbf{s}_m)^H \mathbf{k}. \quad (4.69)$$

Finalmente, o sinal filtrado para uma dada distância também pode ser calculado de forma

recursiva:

$$\begin{aligned}
 y_{m+1} &= \mathbf{w}_{m+1}^H \mathbf{x}_{m+1} \\
 &= \mathbf{k}_{m+1}^H (\mathbf{L}_{m+1}^{-1} \mathbf{x}_{m+1}) \\
 &= \mathbf{k}_{m+1}^H \hat{\mathbf{x}}_{m+1}
 \end{aligned} \tag{4.70}$$

em que

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{x}}_{m+1} &= \mathbf{L}_{m+1}^{-1} \mathbf{x}_{m+1} \\
 &= \begin{bmatrix} \mathbf{L}_m^{-1} & \mathbf{O} \\ -\mathcal{L}\mathbf{L}_m^{-1} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_m \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \mathbf{L}_m^{-1} \mathbf{x}_m \\ -\mathcal{L}\mathbf{L}_m^{-1} \mathbf{x}_m + \mathbf{x} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_m \\ -\mathcal{L}\hat{\mathbf{x}}_m + \mathbf{x} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_m \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.71}$$

é o vetor de inovações [14] do processo \mathbf{x}_{m+1} . Note que \mathbf{x} é o vetor que contém as últimas N amostras de \mathbf{x}_{m+1} , isto é, $\mathbf{x} = \mathbf{x}_{m+1}^{[N]}$, enquanto \mathbf{x}_m é o vetor \mathbf{x}_{m+1} sem suas últimas N amostras ($\mathbf{x}_m = \mathbf{x}_{m+1}^{[mN]}$).

Utilizando (4.58) and (4.71), pode-se reescrever (4.70) como

$$\begin{aligned}
 y_{m+1} &= \begin{bmatrix} \mathbf{k}_m^H & \mathbf{k}^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}}_m \\ \hat{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \\
 &= \mathbf{k}_m^H \hat{\mathbf{x}}_m + \mathbf{k}^H \hat{\mathbf{x}} \\
 &= y_m + y
 \end{aligned} \tag{4.72}$$

em que $y_m = \mathbf{k}_m^H \hat{\mathbf{x}}_m$ e $y = \mathbf{k}^H \hat{\mathbf{x}}$, completando o algoritmo recursivo em ordem.

4.3 Implementação do Algoritmo RSMI

Com as equações derivadas na Seção 4.2, o algoritmo RSMI será aqui resumido, assim como será ilustrada a complexidade computacional por etapa desse algoritmo. O custo computacional foi calculado conforme [24] e [31]. Para a finalidade de implementação, definiu-se as variáveis \mathbf{Lg} e \mathbf{Lgd} como sendo

$$\mathbf{Lg} \triangleq \mathbf{L}_m \hat{\mathbf{\Gamma}}_m \quad (4.73)$$

$$\mathbf{Lgd} \triangleq (\mathbf{D}_m^H)^{-1} \mathbf{Lg} \quad (4.74)$$

de modo que as matrizes \mathcal{L}^H e Σ em (4.50) e (4.52), respectivamente, possam ser reescritas como

$$\begin{aligned} \Sigma &= \hat{\mathcal{R}}_{mm} - \mathcal{L} \mathbf{D}_m \mathcal{L}^H \\ &= \hat{\mathcal{R}}_{mm} - \hat{\mathbf{\Gamma}}_m^H (\mathbf{L}_m^H)^{-1} (\mathbf{D}_m^H)^{-1} (\mathbf{L}_m^{-1} \hat{\mathbf{\Gamma}}_m) \\ &= \hat{\mathcal{R}}_{mm} - \mathbf{Lg}^H (\mathbf{D}_m^H)^{-1} \mathbf{Lg} \\ &= \hat{\mathcal{R}}_{mm} - \mathbf{Lg}^H \mathbf{Lgd} \end{aligned} \quad (4.75)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^H &= \left[(\mathbf{L}_m \mathbf{D}_m)^{-1} \hat{\mathbf{\Gamma}}_m \right]^H \\ &= \left[\mathbf{D}_m^{-1} (\mathbf{L}_m^{-1} \hat{\mathbf{\Gamma}}_m) \right]^H \\ &= \mathbf{D}_m^{-1} \mathbf{Lg} \end{aligned} \quad (4.76)$$

A Tabela 4.1, a seguir, resume o algoritmo RSMI e descreve o custo computacional, em FLOPS, associado a cada operação.

Tabela 4.1: Etapas do algoritmo RSMI.

Algoritmo RSMI	
Etapas	Custo Computacional (FLOPS)
for $m = 1$	
1. $\hat{\mathcal{R}}_{11}$	$KN(N+1)$
2. $\hat{\mathcal{R}}_{11} = \mathbf{L}_1 \mathbf{D}_1 \mathbf{L}_1^H$	$\frac{2}{3}N^3$
3. $\hat{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{L}_1^{-1} \mathbf{x}_1$	N^2
4. $\mathbf{f} = \mathbf{L}_1^{-1} \mathbf{s}_1$	N^2
5. $\mathbf{k}_1 = \mathbf{D}_1^{-1} \mathbf{f}$	N
6. $1/\kappa_1 = \mathbf{f}^H \mathbf{k}_1$	$2N - 1$
7. $y^{rsmi-mvdr} = \kappa_1 \mathbf{k}_1^H \hat{\mathbf{x}}_1$	$2N$
for $m = 2, 3, \dots, M$	
8. $\hat{\mathcal{R}}_{mm}$	$KN(N+1)$
9. $\hat{\mathbf{\Gamma}}_m$	$KN(N+1)(m-1)$
10. $\mathbf{Lg} = \mathbf{L}_m^{-1} \hat{\mathbf{\Gamma}}_m$	$N[N(m-1)]^2$
11. $\mathbf{Lgd} = \mathbf{D}_m^{-1} \mathbf{Lg}$	$N[N + (m-1)N(2N-1)]$
12. $\mathbf{\Sigma}_m = \hat{\mathcal{R}}_{mm} - \mathbf{Lg}^H \mathbf{Lgd}$	$2N^3(m-1)$
13. $\mathbf{\Sigma}_m = \mathbf{\Sigma}_{L_m} \mathbf{\Sigma}_{U_m}$	$\frac{2}{3}N^3$
14. $\mathcal{L}^H = \mathbf{D}_m^{-1} \mathbf{Lg}$	$N[N + (m-1)N(2N-1)]$
15. $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathcal{L} \hat{\mathbf{x}}_m$	$2N^2(m-1)$
16. $\mathbf{Ls} = \mathbf{L}_m^{-1} \mathbf{s}_m$	$[N(m-1)]^2$
17. $\mathbf{s}_N = \mathbf{s} - \mathcal{L} \mathbf{Ls}$	$2N^2(m-1)$
18. $\mathbf{f} = \mathbf{\Sigma}_{L_m}^{-1} \mathbf{s}_N$	N^2
19. $\mathbf{k} = \mathbf{\Sigma}_{U_m}^{-1} \mathbf{f}$	N^2
20. $1/\kappa = \mathbf{s}_N^H \mathbf{k}$	$2N - 1$
continua na próxima página...	

<i>continuação...</i>	
Algoritmo RSMI	
Etapas	Custo Computacional (FLOPS)
21. $1/\kappa_m = 1/\kappa_{m-1} + 1/\kappa$	1
22. $y_m^{rsmi} = y_{m-1}^{rsmi} + y^{rsmi}$	$2N$
23. $y_m^{rsmi-mvdr} = \kappa_m y_m^{rsmi}$	1

O custo computacional total do algoritmo RSMI para o processamento de m pulsos, $\mathcal{C}_T(m)$, é dado por

$$\mathcal{C}_T(m) = \sum_{i=1}^m \mathcal{C}(i). \quad (4.77)$$

A complexidade computacional para processar os dados recebidos no primeiro pulso é dada por:

$$\mathcal{C}(1) = \frac{2}{3}N^3 + (2 + K)N^2 + (K + 5)N - 1$$

e, para os demais pulsos ($m \geq 2$),

$$\begin{aligned} \mathcal{C}(m) &= \left(m^2 + 4m - \frac{13}{3} \right) N^3 \\ &+ (m^2 + Km + 3)N^2 + (Km + 4)N + 1 \end{aligned}$$

As Figuras 4.1, 4.2 e 4.3, a seguir, ilustram a comparação da complexidade computacional, em MFLOPS, dos algoritmos SMI-MVDR e RSMI-MVDR para diferentes números de sensores e pulsos por CPI, em função do número de pulsos processados m . Para ambos os algoritmos utilizou-se $K = 2NM$ vetores secundários para a estimação das estatísticas de segunda ordem das interferências.

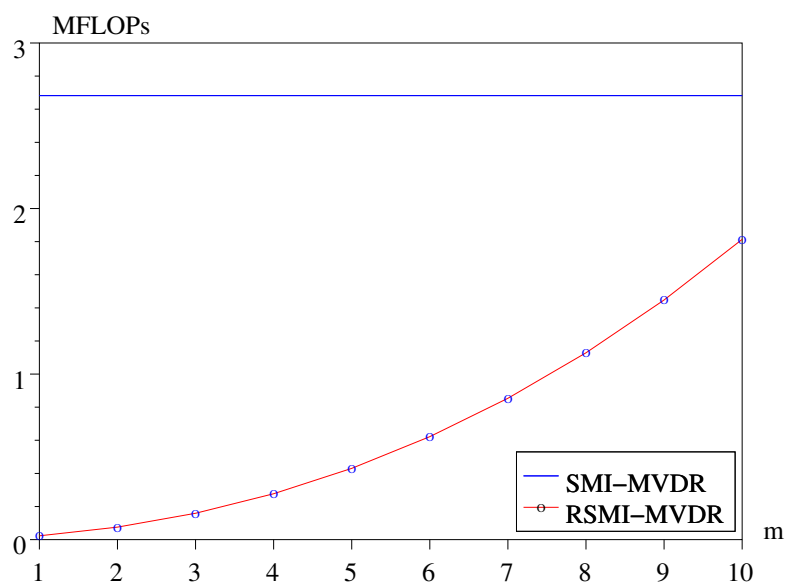


Figura 4.1: Comparação do custo computacional dos algoritmos SMI-MVDR e RSMI-MVDR para $N = M = 10$.

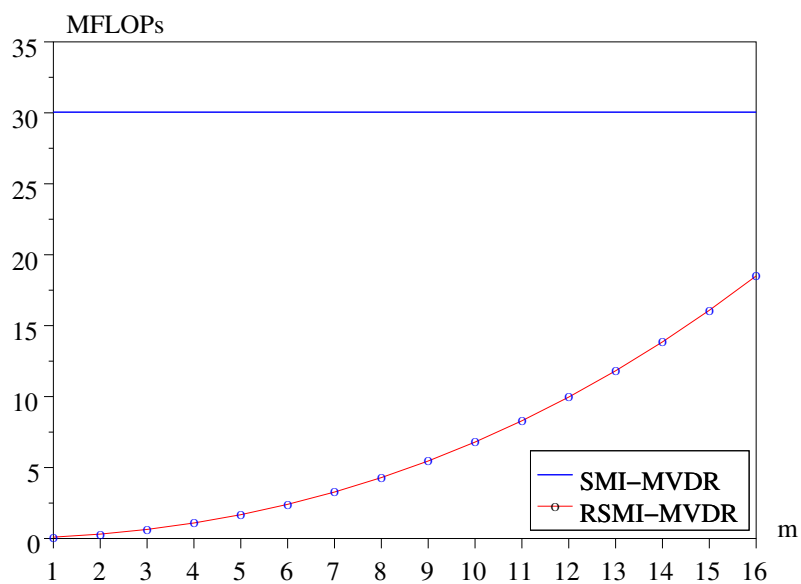


Figura 4.2: Comparação do custo computacional dos algoritmos SMI-MVDR e RSMI-MVDR para $N = 14$, $M = 16$.

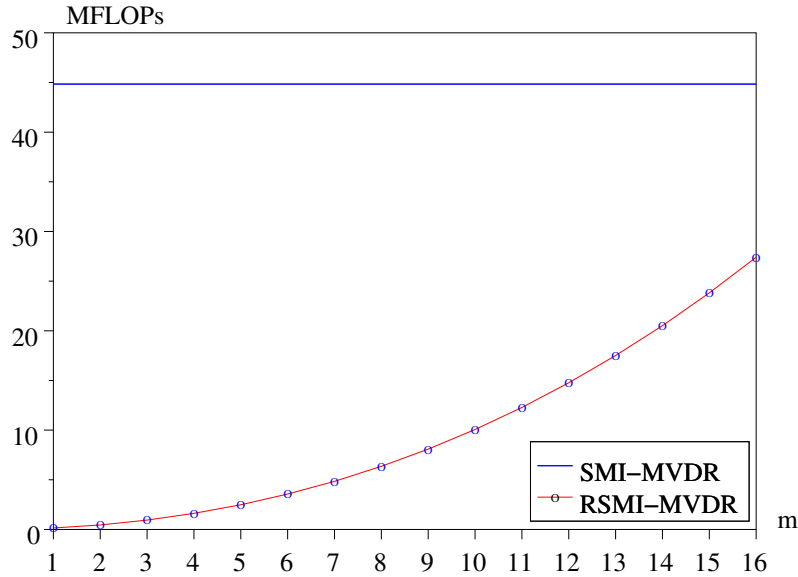


Figura 4.3: Comparação do custo computacional dos algoritmos SMI-MVDR e RSMI-MVDR para $N = M = 16$.

Analisando os resultados ilustrados nas Figuras 4.1, 4.2 e 4.3, fica claro a redução de complexidade computacional pelo algoritmo RSMI devido à recursividade. Percebe-se, também, que o custo computacional do algoritmo RSMI é inferior ao do algoritmo SMI durante todo o processamento.

4.4 Resultados de Simulação

As expressões do algoritmo recursivo em ordem proposto, obtidas nas seções anteriores, serão simuladas para que sejam validadas. Assumindo que o vetor de coeficientes espaço-temporal “ótimo” (2.133) seja conhecido, será calculado o erro médio quadrático (MSE) entre as saídas dos filtros “ótimo” e SMI e “ótimo” e “RSMI”, conforme indicado nas Figuras 4.4 e 4.5 a seguir. A matriz \mathbf{T}_m , ilustrada na Figura 4.5, fará a redução da dimensão dos dados de entrada ($NM \times 1$), de modo que a dimensão do algoritmo RSMI seja $Nm \times 1$. Isso é feito tomando as Nm primeiras componentes do vetor de dados de entrada, \mathbf{x} . Note que $\mathbf{x}_m = \mathbf{T}_m^H \mathbf{x}$.

Deseja-se demonstrar que o erro médio quadrático do algoritmo RSMI converge assinto-

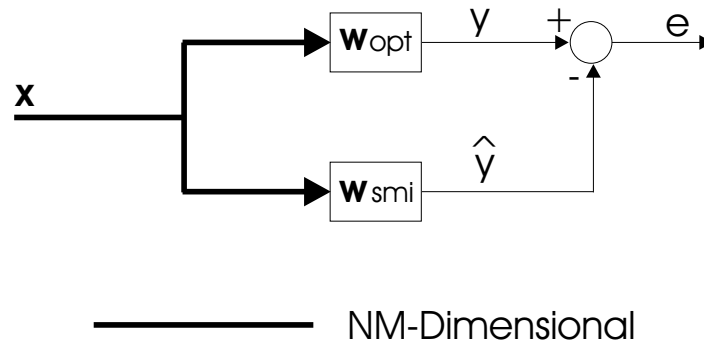


Figura 4.4: Cálculo do MSE para o algoritmo SMI.

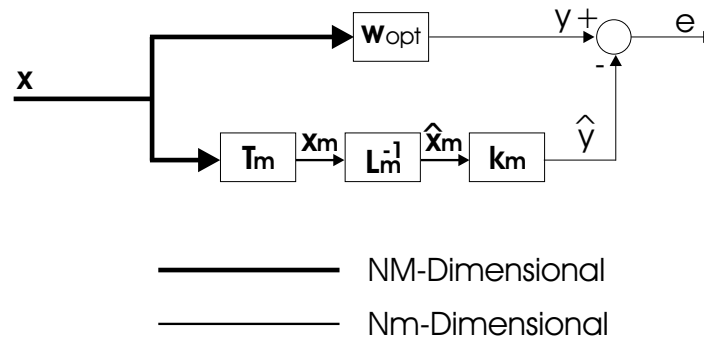


Figura 4.5: Cálculo do MSE para o algoritmo RSMI.

ticamente para o erro médio quadrático do algoritmo SMI e, uma vez verificada essa característica no algoritmo RSMI, será sugerida a utilização de um menor número de pulsos no processamento, obtendo-se, ainda assim, um desempenho próximo ao que seria alcançado pelo algoritmo SMI, a um custo computacional inferior. Dessa forma, um ganho computacional ainda maior poderá ser alcançado. O erro médio quadrático (MSE) entre os filtros “ótimo” e SMI é definido como

$$\text{MSE}_{\text{smi}} = E\{e(m)e^*(m)\} \quad (4.78)$$

$$= E\{[(\mathbf{w}_{\text{opt}} - \mathbf{w}_{\text{smi}})^H \mathbf{x}][(\mathbf{w}_{\text{opt}} - \mathbf{w}_{\text{smi}})^H \mathbf{x}]^*\} \quad (4.79)$$

$$= (\mathbf{w}_{\text{opt}} - \mathbf{w}_{\text{smi}})^H E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\}(\mathbf{w}_{\text{opt}} - \mathbf{w}_{\text{smi}}) \quad (4.80)$$

$$= (\mathbf{w}_{\text{opt}} - \mathbf{w}_{\text{smi}})^H \mathbf{R}(\mathbf{w}_{\text{opt}} - \mathbf{w}_{\text{smi}}) \quad (4.81)$$

Note que, para o filtro SMI, o MSE é constante em relação a ordem do filtro, pois é calculado somente uma vez, quando todos os dados forem recebidos. No entanto, para o algoritmo

RSMI, o MSE varia em função da ordem do filtro, conforme (4.82) e (4.83) a seguir

$$\text{MSE}_{\text{rsmi}}(m) = E\{e(m)e^*(m)\} \quad (4.82)$$

$$= E\{[\mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{x} - \mathbf{k}_m^H \hat{\mathbf{x}}_m][\mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{x} - \mathbf{k}_m^H \hat{\mathbf{x}}_m]^*\} \quad (4.83)$$

$$= E\{[\mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{x} - \mathbf{k}_m^H \mathbf{L}_m^{-1} \mathbf{x}_m][\mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{x} - \mathbf{k}_m^H \mathbf{L}_m^{-1} \mathbf{x}_m]^*\} \quad (4.84)$$

$$= E\{[\mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{x} - \mathbf{w}_m^H (\mathbf{T}_m^H \mathbf{x})][\mathbf{w}_{\text{opt}}^H \mathbf{x} - \mathbf{w}_m^H (\mathbf{T}_m^H \mathbf{x})]^*\} \quad (4.85)$$

$$= E\{[(\mathbf{w}_{\text{opt}} - \mathbf{T}_m \mathbf{w}_m)^H \mathbf{x}][(\mathbf{w}_{\text{opt}} - \mathbf{T}_m \mathbf{w}_m)^H \mathbf{x}]^*\} \quad (4.86)$$

$$= (\mathbf{w}_{\text{opt}} - \mathbf{T}_m \mathbf{w}_m)^H E\{\mathbf{x} \mathbf{x}^H\} (\mathbf{w}_{\text{opt}} - \mathbf{T}_m \mathbf{w}_m) \quad (4.87)$$

$$= (\mathbf{w}_{\text{opt}} - \mathbf{T}_m \mathbf{w}_m)^H \mathbf{R} (\mathbf{w}_{\text{opt}} - \mathbf{T}_m \mathbf{w}_m) \quad (4.88)$$

em que \mathbf{w}_m é o vetor de coeficientes do algoritmo RSMI de ordem m . É importante destacar que os vetores de coeficientes \mathbf{w}_{smi} e \mathbf{w}_m , utilizados nas equações (4.78) a (4.88), são os coeficientes dos filtros em regime permanente, isto é, já houve a convergência estatística.

As Figuras 4.6 e 4.7 a seguir comparam o erro médio quadrático dos algoritmos SMI e RSMI para diferentes números de sensores e de pulsos processados. Os parâmetros adotados foram $CNR = 41dB$, $JNR = 50dB$, $\bar{\phi}_1 = -0,43$ e $\bar{\phi}_2 = 0,25$. O número de vetores utilizados na estimação de $\hat{\mathbf{R}}$ foi $K = 2NM$ e esses resultados foram obtidos através da média estatística sobre $\xi = 500$ realizações. Note que para o algoritmo RSMI, o MSE é função do número de pulsos m , o que não ocorre para o algoritmo SMI, cujo erro médio quadrático é calculado apenas uma vez por CPI.

Analisando as Figuras 4.6 e 4.7, verifica-se que o erro médio quadrático do algoritmo RSMI aproxima-se assintoticamente do erro médio quadrático do algoritmo SMI. Essa característica permite que uma ordem $m < M$ seja utilizada no cancelamento de interferências, uma vez que apresentará desempenho muito próximo ao que seria obtido com a ordem M . Logo, o algoritmo RSMI apresenta-se como um algoritmo de dimensão reduzida, cuja dimensão é determinada em tempo real (de forma adaptativa), enquadrando-se na categoria de processamento *Element-space Pre-Doppler* [6].

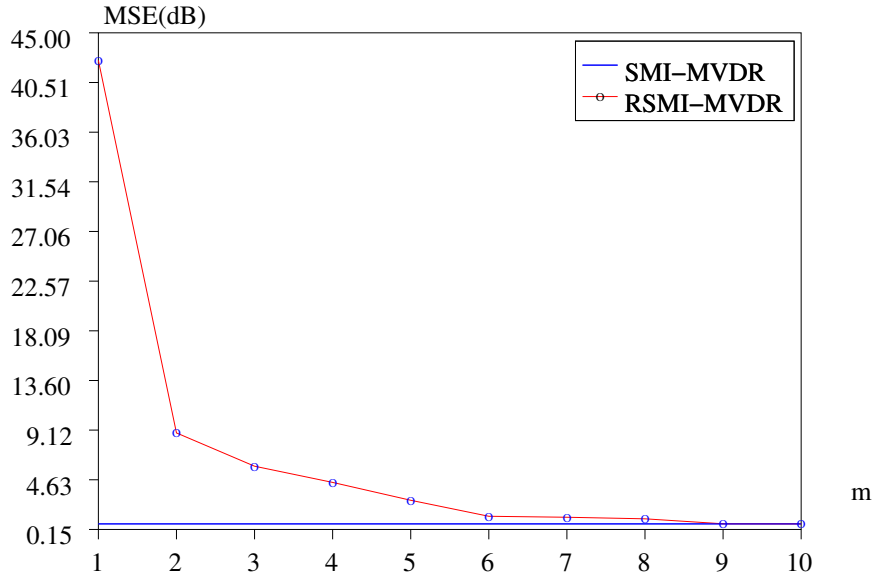


Figura 4.6: MSE do algoritmo SMI-MVDR vs. MSE do algoritmo RSMI-MVDR para $N = M = 10$.

A relação sinal-ruído+interferência na saída do filtro, SINR, dada pela expressão

$$\text{SINR loss} = \frac{\|\mathbf{w}^H \mathbf{s}\|^2}{\mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}} \cdot \frac{1}{\mathbf{s}^H \mathbf{s}} \quad (4.89)$$

representa a razão entre a relação sinal-ruído+interferência obtida com um filtro adaptativo e a relação sinal-ruído+interferência que seria obtida com o filtro “ótimo” [26] e [32]. Para um filtro de ordem m , (4.89) é reescrita como

$$\text{SINR loss}(m) = \frac{\|\mathbf{w}_m^H \mathbf{s}_m\|^2}{\mathbf{w}_m^H \mathbf{R}_m \mathbf{w}_m} \cdot \frac{1}{\mathbf{s}_m^H \mathbf{s}_m} \quad (4.90)$$

As Figuras 4.8 e 4.9 comparam a SINR loss para o filtro ótimo, algoritmos SMI, PC e RSMI de diferentes ordens. As interferências consideradas nessa situação foram *clutter* ($CNR = 40dB$) e ruído. Para os algoritmos SMI e RSMI utilizou-se $K = 2NM$ vetores secundários, ao passo que para o algoritmo de componentes principais utilizou-se apenas $K = 2N_r$.

Analisando as equações derivadas ao longo desse capítulo, bem como os resultados de simulação ilustrados, fica claro que o desempenho do algoritmo RSMI se aproxima do de-

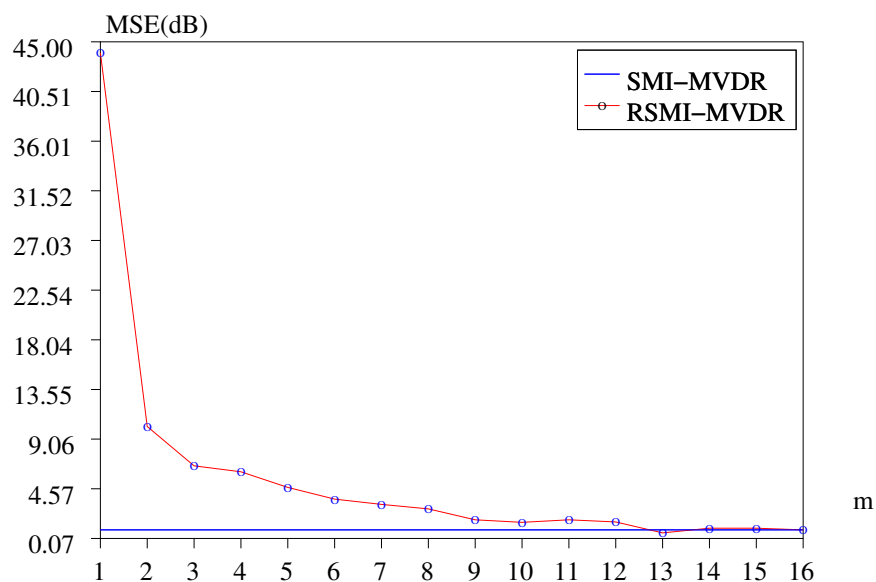


Figura 4.7: MSE do algoritmo SMI-MVDR *vs.* MSE do algoritmo RSMI-MVDR para $N = M = 16$.

sempenho do algoritmo SMI à medida em que o número de pulsos processados aumenta. Também fica evidente que um número de pulsos $m < M$ pode ser utilizado no cancelamento de interferências, obtendo-se um resultado satisfatório.

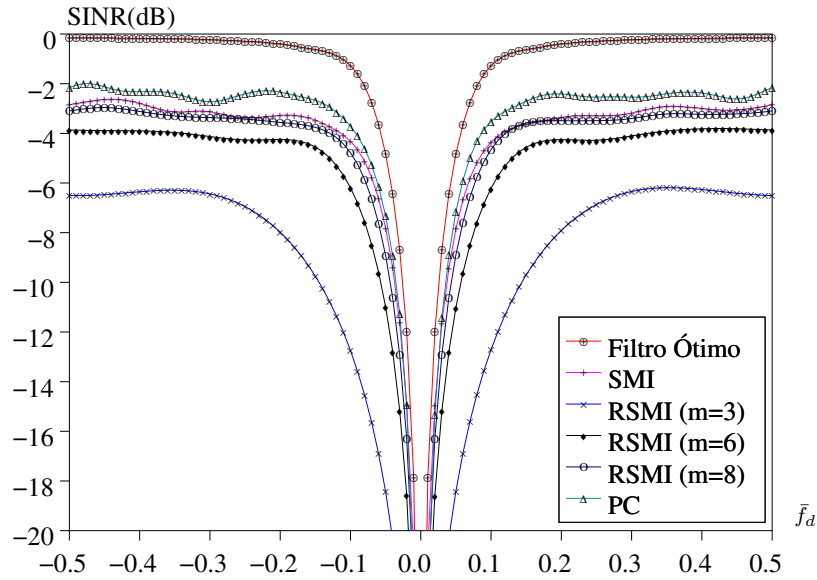


Figura 4.8: SINR loss para o filtro ótimo, algoritmo SMI, RSMI de ordens $m = 3, 6$ e 8 e algoritmo PC para $N = M = 10$.

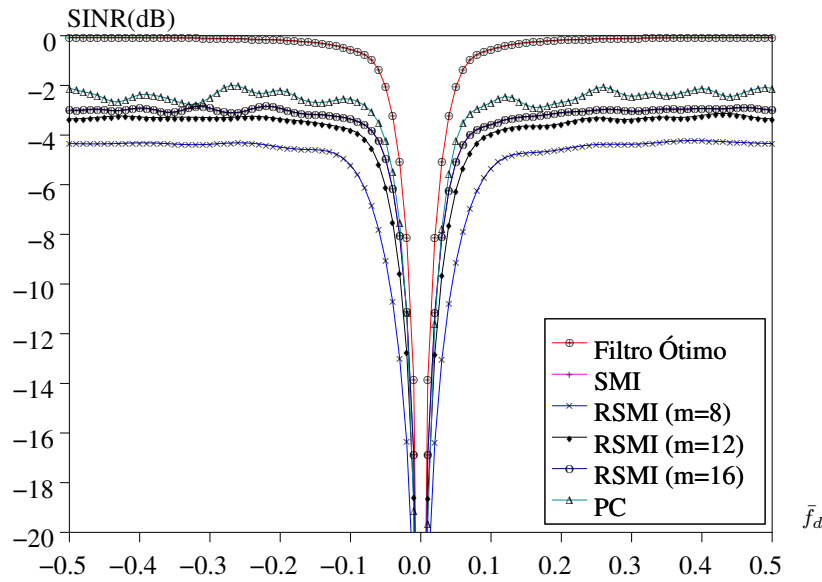


Figura 4.9: SINR loss para o filtro ótimo, algoritmo SMI, RSMI de ordens $m = 8, 12$ e 16 e algoritmo PC para $N = M = 16$.

4.5 Algoritmo RSMI-DL

Assim como o algoritmo SMI, o algoritmo RSMI também pode ter uma variante que adicione um escalar à diagonal principal da matriz de correlação estimada. O algoritmo RSMI-DL, descrito a seguir, apresenta as mesmas características do algoritmo RSMI em relação ao SMI. Para o algoritmo SMI, o termo δ^2 é adicionado à diagonal principal de $\hat{\mathbf{R}}$ segundo (3.14). Caso a mesma equação seja utilizada para o algoritmo RSMI, isto é,

$$\mathbf{R}_{m+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_m & 0 \\ 0^H & 0 \end{bmatrix} + \delta^2 \mathbf{I}_{N(m+1) \times N(m+1)} \quad (4.91)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{R}_m & 0 \\ 0^H & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta^2 \mathbf{I}_{Nm \times Nm} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O}^H & \delta^2 \mathbf{I}_{N \times N} \end{bmatrix} \quad (4.92)$$

o termo δ^2 seria adicionado recursivamente à diagonal principal da matriz de ordem inferior, \mathbf{R}_m . Sabendo disso, a correta introdução do escalar à diagonal principal de \mathbf{R}_{m+1} é dada por

$$\mathbf{R}_{m+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_m & 0 \\ 0^H & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{O} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O}^H & \delta^2 \mathbf{I}_{N \times N} \end{bmatrix} \quad (4.93)$$

As Figuras 4.10 e 4.11, a seguir, ilustram a convergência no erro médio quadrático do algoritmo RSMI-DL para o do SMI-DL.

Por causa dessa convergência, o algoritmo RSMI-DL também pode ser implementado utilizando-se um número reduzido de vetores secundários na estimação da matriz de correlação (veja Subseção 3.3.3), com a vantagem de menor complexidade computacional, como visto anteriormente. A Figura 4.12 a seguir ilustra a comparação do custo computacional dos algoritmos que fazem uso de um número reduzido de vetores secundários (usando *diagonal loading*).

A Figura 4.13 ilustra a SINR loss para diferentes algoritmos com ou sem *diagonal loading*. Para os algoritmos que incorporam DL, utilizou-se um número reduzido de vetores secundários, dado por $K_r = 2N_r$, em que N_r é obtido pela lei de Brennan (3.22).

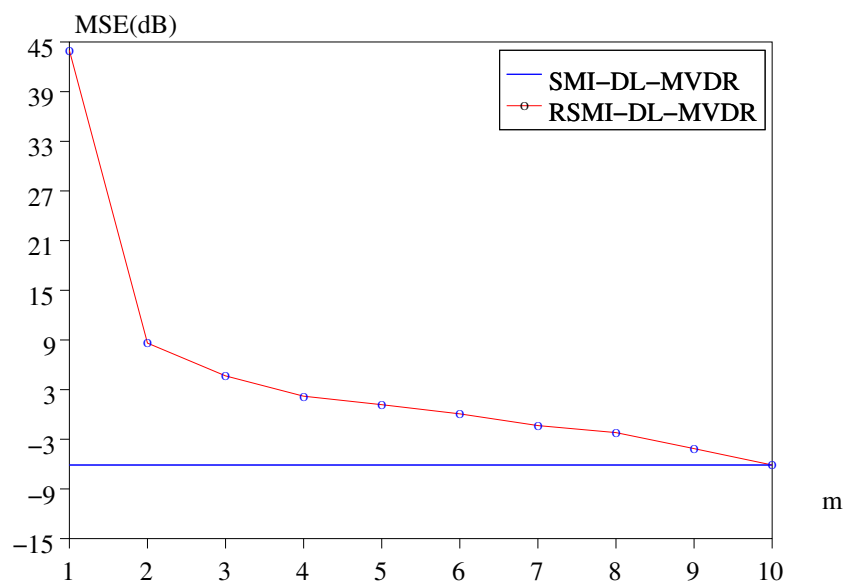


Figura 4.10: MSE do algoritmo SMI-DL-MVDR vs. MSE do algoritmo RSMI-DL-MVDR para $N = M = 10$ e $\delta^2 = 10dB$.

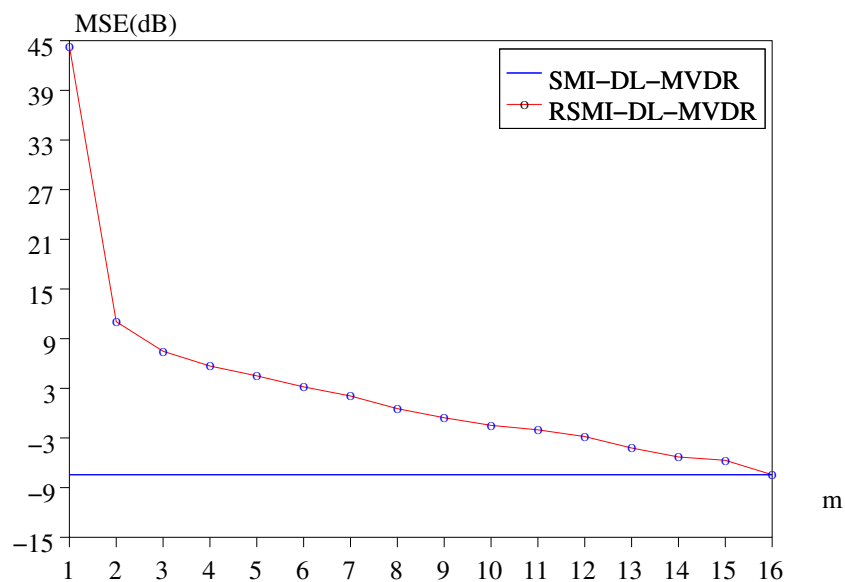


Figura 4.11: MSE do algoritmo SMI-DL-MVDR vs. MSE do algoritmo RSMI-DL-MVDR para $N = M = 16$ e $\delta^2 = 10dB$.

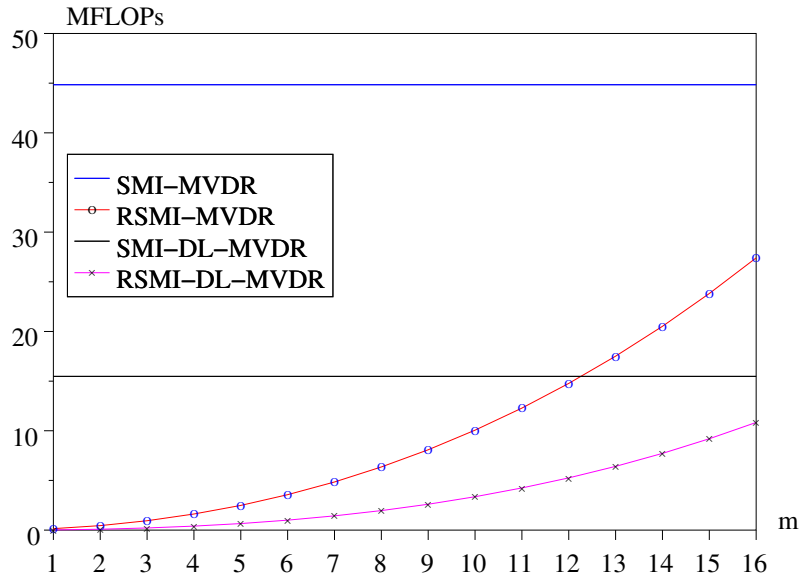


Figura 4.12: Custo computacional dos algoritmos SMI, RSMI, SMI-DL e RSMI-DL para $N = M = 16$ e $\delta^2 = 10dB$.

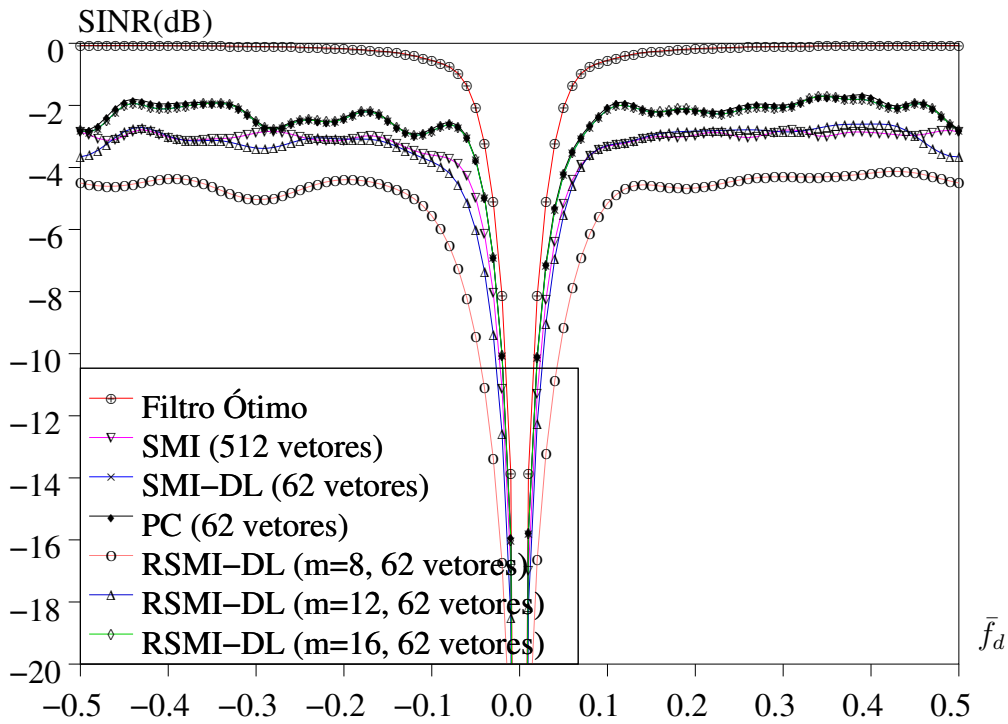


Figura 4.13: SINR loss para os algoritmos SMI, SMI-DL, PC e RSMI-DL (diferentes ordens) para $N = M = 16$ e $\delta^2 = 10dB$.

4.6 Conclusão

Esse capítulo teve como objetivo apresentar o algoritmo SMI recursivo em ordem, RSMI, e compará-lo com os algoritmos estudados nos capítulos anteriores. Uma breve revisão sobre a solução das equações normais por algoritmos recursivos em ordem foi realizada na primeira seção. Em seguida, fez-se o equacionamento referente ao algoritmo proposto, cujo custo computacional foi calculado e comparado com o do algoritmo SMI. Verificou-se que o erro médio quadrático do algoritmo RSMI converge assintoticamente para o erro médio quadrático do algoritmo SMI, à medida em que mais pulsos são processados por CPI. O algoritmo proposto enquadra-se na categoria de algoritmos de dimensão reduzida, mais especificamente, como um algoritmo *Element-space Pre-Doppler*, pois o processamento espacial é realizado sem redução de graus de liberdade, ao passo que o processamento Doppler (pulsos) é realizado em dimensão reduzida. É importante salientar que a ordem do algoritmo RSMI não é estabelecida *a priori*, e sim em função de seu desempenho, avaliado em tempo real.

Por fim, verificou-se que pode-se introduzir *diagonal loading* no algoritmo RSMI de modo que seu comportamento se aproxime ao do SMI-DL da mesma forma em que o algoritmo RSMI se aproxima do SMI. Com a utilização de *diagonal loading* é possível reduzir o número de vetores secundários na estimação da matriz de correlação das interferências e, conseqüentemente, o custo computacional associado a essa operação. O algoritmo RSMI-DL apresenta desempenho semelhante ao PC (à medida que $m \rightarrow M$), sem a necessidade de decomposição em valor singular, tornando-o interessante para aplicações práticas.

Capítulo 5

Efeitos de Descorrelação

Os capítulos anteriores abordaram os principais conceitos de sistemas de radar, formas de processamento dos dados recebidos e desempenho de diferentes algoritmos adaptativos. Considerou-se a situação ideal, onde não haviam fatores que degradam o desempenho dos algoritmos e, por consequência, da detecção de alvos. Nesse capítulo será feita uma breve discussão sobre a origem de alguns desses efeitos, e como os algoritmos estudados podem ser modificados para que tenham seu desempenho melhorado quando essas não-idealidades estão presentes. O resultado desses efeitos está no aumento do *rank* da matriz de correlação de interferência, como será demonstrado. Para aumentar a robustez de algoritmos adaptativos na presença desses efeitos de descorrelação, foi proposto em [34] a utilização de matrizes chamadas de *Covariance Matrix Tapers* (CMT). Ao longo desse capítulo serão utilizadas expressões obtidas em [30, 35, 36]. Para maiores detalhes sobre efeitos de descorrelação, sugere-se também a leitura de [12] e [26].

5.1 Efeitos de Descorrelação Temporal

Os efeitos de descorrelação temporal afetam a matriz de correlação temporal (e, por consequência, a matriz de correlação espaço-temporal) das interferências [12]. Exemplos de efeitos que causam descorrelação temporal são o movimento intrínseco do *clutter* (ICM) e o *range walk*, que serão descritos a seguir.

5.1.1 Movimento Intrínseco do *Clutter* (ICM)

Como o próprio nome diz, está associado ao descorrelacionamento no sinal recebido, pulso a pulso, causados por refletores que possuem algum tipo de movimento como árvores, ondas no oceano, etc. A densidade espectral de potência total de um sinal proveniente de uma região onde há vegetação em movimento, devido à ação do vento, é dada por [36]

$$P_{tot}(f) = \frac{r}{1+r} \delta(f) + \frac{1}{1+r} P_{ac}(f), \quad (5.1)$$

em que r é a razão entre as potências DC (representada pela função delta de Dirac) e AC (alternada). A equação

$$10 \log_{10}(r) = -15,5 \log_{10}(v_w) - 12,1 \log_{10}(f_o) + 63,2, \quad (5.2)$$

obtida de forma empírica e publicada em [36], descreve uma expressão analítica utilizada na determinação do parâmetro r . Os parâmetros v_w e f_o representam, respectivamente, a velocidade do vento (em milhas por hora) e a frequência de operação (portadora). Ainda em [36] são encontradas expressões para o termo $P_{ac}(f)$ de (5.1) em função do comprimento de onda λ e das condições do vento γ :

$$P_{ac}(f) = \frac{\lambda \gamma}{4} e^{-\frac{\lambda \gamma}{2} |f|}, \quad (5.3)$$

além de uma tabela com os valores de γ para diferentes condições de vento.

A função de autocorrelação de (5.1) é obtida através da sua transformada inversa de Fourier [14], isto é:

$$r(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} P_{tot}(f) e^{j2\pi f\tau} d\tau. \quad (5.4)$$

O resultado dessa expressão, obtido em [9], é dado por

$$r(\tau) = \frac{r}{r+1} + \frac{1}{r+1} \frac{(\gamma\lambda)^2}{(\gamma\lambda)^2 + (4\pi\tau)^2}. \quad (5.5)$$

O efeito de descorrelação temporal entre os pulsos m e p devido ao ICM é contabilizado na matriz \mathbf{T}_t^{ICM} , cujo elemento da m -ésima linha e p -ésima coluna é descrito por:

$$(\mathbf{T}_t^{ICM})_{mp} = r(|m - p|PRI). \quad (5.6)$$

As Figuras 5.1 e 5.2, a seguir, ilustram a distribuição dos autovalores de \mathbf{R} na presença de ICM. Note que, ao contrário do ilustrado nas Figuras 3.17 e 3.18, existem outros autovalores acima do nível do ruído, e que o *rank* de \mathbf{R} na presença de ICM não mais é corretamente determinado por (3.22).

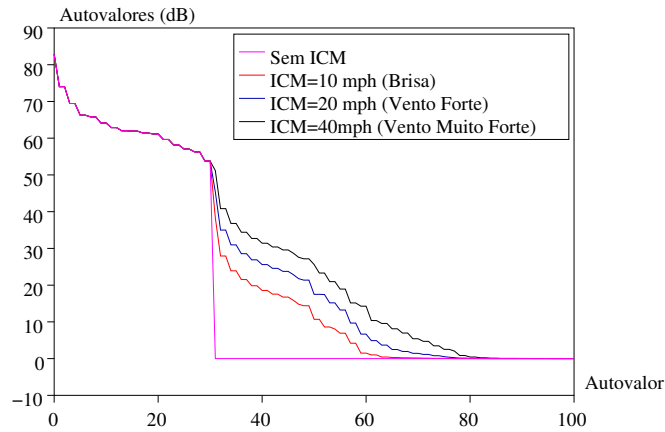


Figura 5.1: Autovalores de \mathbf{R} na presença de ICM, $CNR = 60dB$.

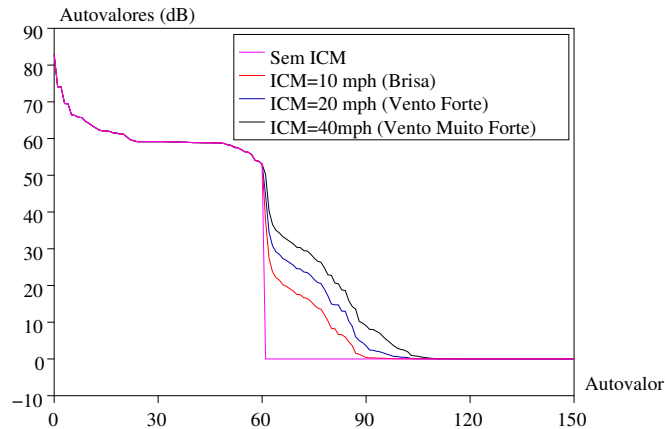


Figura 5.2: Autovalores de \mathbf{R} na presença de ICM, $CNR = 50dB$, $JNR = 60dB$.

5.1.2 Range Walk

Esse efeito está associado à área coberta pelo radar em diferentes varreduras (pulsos). Considere a Figura 5.3 a seguir.

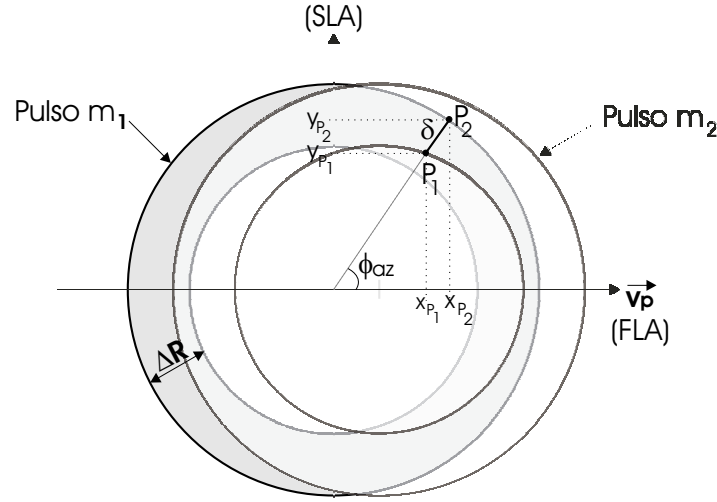


Figura 5.3: Descorrelação devido a *range walk*.

As circunferências ilustram a região varrida referente ao longo do deslocamento da plataforma, durante dois pulsos consecutivos m_1 e m_2 . O eixo horizontal indica o vetor de deslocamento da plataforma e o ângulo de azimute ϕ_{az} indica a direção de observação. Considere que a plataforma se mova de acordo com o vetor velocidade \vec{v}_p , conforme ilustrado na Figura 5.3. A distância percorrida durante o intervalo de tempo $mPRI$ é dada por

$$d = v_p mPRI \quad (5.7)$$

em que v_p é a velocidade da plataforma, em módulo. Ainda em relação à Figura 5.3, o parâmetro δ representa a região em que ocorre a sobreposição de áreas para dois pulsos distintos. Note que esse parâmetro é uma função do ângulo de azimute, e é dado por [12]

$$\delta(\phi_{az}) = \sqrt{(x_{P_2} - x_{P_1})^2 + (y_{P_2} - y_{P_1})^2}, \quad (5.8)$$

em que x_{P_i} e y_{P_i} são, respectivamente, as coordenadas ao longo dos eixos de abscissa e ordenada do ponto P_i . O parâmetro ΔR foi definido em (3.1) como a resolução das células de

distância (veja Figura 2.21). Note que para $\phi_{az} = 0$ tem-se o caso SLA (*side-looking array*), enquanto para $\phi_{az} = 90^\circ$ tem-se o caso FLA (*forward-looking array*). Observa-se que a correlação é máxima para o caso SLA (ocorre a maior sobreposição de áreas de cobertura), ao passo que a descorrelação é mais significativa para o caso FLA (menor sobreposição das áreas de cobertura).

O efeito de descorrelação por *range walk* entre dois pulsos consecutivos é dado por

$$\rho(\phi_{az}) = \frac{\delta(\phi_{az})}{\Delta R}, \quad (5.9)$$

Para quaisquer dois pulsos m e p , o efeito de descorrelação é modelado como [26]

$$\rho_{m,p}(\phi_{az}) = \rho^{|m-p|}(\phi_{az}). \quad (5.10)$$

A matriz \mathbf{T}_t^{RW} que irá contabilizar o efeito de descorrelação temporal, para o caso do *range walk*, é dada por:

$$\mathbf{T}_t^{RW} = \begin{bmatrix} 1 & \rho & \dots & \rho^{M-1} \\ \rho & 1 & \dots & \rho^{M-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho^{M-1} & \rho^{M-2} & \dots & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.11)$$

5.2 Efeitos de Descorrelação Espacial

Efeitos de descorrelação espacial causam descorrelação entre os sinais recebidos nos diferentes canais do *array*. Nessa seção será apresentado apenas um efeito causador de descorrelação espacial, dentre os diversos que podem ser encontrados na literatura citada no início do capítulo. Será brevemente discutido o efeito de descorrelação causado pela largura de banda do sistema.

5.2.1 Efeito Causado pela Largura de Banda do Sistema

O efeito de descorrelação causado pela largura de banda do sistema está ligado a dois fatores: o tempo necessário para que um sinal, ao ser amostrado pelo canal i , seja recebido pelo canal k (com $k = i + n$)

$$\tau_n(\phi) = \frac{d(n-1) \sin \phi}{c} \quad (5.12)$$

e a largura de banda do sinal transmitido. Para o caso do sinal transmitido ser um pulso, caso considerado nessa Dissertação (veja Figura 1.8), o sinal a ser transmitido é modulado pela função

$$A(t) = \begin{cases} 1, & t = \left[-\frac{\delta}{2}, \frac{\delta}{2}\right] \\ 0, & \text{demais valores de } t \end{cases}. \quad (5.13)$$

em que o parâmetro δ representa a largura do pulso transmitido. A função de autocorrelação do pulso transmitido é dada por [12]

$$\rho_n = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau_n|}{\delta}, & t = [-\delta, \delta] \\ 0, & \text{demais valores de } t \end{cases}. \quad (5.14)$$

De forma análoga à Seção 5.1, a matriz \mathbf{T}_s^{BW} irá contabilizar os efeitos de descorrelação espacial segundo

$$\mathbf{T}_s^{BW} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{N-1} \\ \rho_1 & 1 & \cdots & \rho_{N-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N-1} & \rho_{N-2} & \cdots & 1 \end{bmatrix}. \quad (5.15)$$

5.3 Covariance Matrix Tapers (CMT)

Conforme descrito no início desse capítulo, o emprego de CMT leva a um melhor desempenho dos algoritmos adaptativos na presença de efeitos de descorrelação, como os citados

nesse capítulo. Nessa seção será brevemente discutido como os diferentes efeitos vistos nas Seções 5.1 e 5.2 podem ser combinados para que sejam incorporados aos algoritmos adaptativos. Informações mais detalhadas a respeito da teoria de *Covariance Matrix Tapers* podem ser encontradas em [34].

Na Seção 5.1 foram abordados alguns efeitos de descorrelação temporal. Para que esses efeitos sejam incorporados à matriz de correlação \mathbf{R} , faz-se uso da matriz de *tapers* \mathbf{T}_t . De forma análoga, na Seção 5.2, o efeito de descorrelação espacial apresentado pode ser incluído na matriz \mathbf{T}_s . A matriz de *tapers* espaço-temporal \mathbf{T} , que inclui os efeitos de descorrelação temporal e espacial, é dada por [34]

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_t \otimes \mathbf{T}_s. \quad (5.16)$$

Note que $\mathbf{T}_t \in \mathbb{R}^{M \times M}$, $\mathbf{T}_s \in \mathbb{R}^{N \times N}$ e $\mathbf{T} \in \mathbb{R}^{NM \times NM}$. Para casos particulares, onde há apenas efeitos de descorrelação temporal, a expressão (5.16) pode ser reescrita como

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_t \otimes \mathbf{1}_{N \times N}. \quad (5.17)$$

De forma análoga, quando apenas efeitos de descorrelação espacial forem levados em consideração, reescreve-se (5.16) da seguinte forma:

$$\mathbf{T} = \mathbf{1}_{M \times M} \otimes \mathbf{T}_s. \quad (5.18)$$

Em que $\mathbf{1}_{N \times N}$ e $\mathbf{1}_{M \times M}$ são matrizes com todos os elementos iguais à unidade. Note que $\mathbf{1}_{N \times N} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ e $\mathbf{1}_{M \times M} \in \mathbb{R}^{M \times M}$.

Quando diferentes efeitos de descorrelação de mesma natureza (temporal ou espacial) forem considerados, uma expressão para \mathbf{T}_t ou \mathbf{T}_s que contabilize esses efeitos deve ser obtida. Como exemplo, a expressão

$$\mathbf{T}_t = \mathbf{T}_t^{ICM} \circ \mathbf{T}_t^{RW} \quad (5.19)$$

contabiliza os efeitos de ICM e *Range Walk* na matriz de *tapers* temporal. Diferentes efeitos de descorrelação espacial também podem ser contabilizados numa única matriz \mathbf{T}_s da mesma forma dada pela expressão (5.19).

Finalmente, a matriz de correlação das interferências pode incorporar os efeitos de descorrelação temporal conforme

$$\mathbf{R}_T = \mathbf{R} \circ \mathbf{T}. \quad (5.20)$$

5.4 Algoritmos Modificados

Nessa seção, serão apresentados resultados obtidos para a incorporação de CMT aos algoritmos SMI e PC. Ao final dessa seção será apresentado o algoritmo RSMI-CMT, que incorpora a matriz de *tapers* \mathbf{T} , tornando-o mais robusto aos efeitos de descorrelação como os citados nesse capítulo.

Uma expressão genérica para o cálculo do vetor de coeficientes, baseia-se na solução das equações normais, com a diferença em que a matriz de correlação de interferências estimada será $\hat{\mathbf{R}}_T$ e não mais $\hat{\mathbf{R}}$, conforme

$$\mathbf{w}_{\text{CMT}} = \hat{\mathbf{R}}_T^{-1} \bar{\mathbf{s}}(\bar{\phi}, \bar{f}_d). \quad (5.21)$$

Esse resultado foi obtido em [37], assim como expressões para a obtenção de $\hat{\mathbf{R}}_T$ pelos algoritmos SMI e PC. O vetor de coeficientes do algoritmo SMI-CMT é obtido resolvendo-se (5.21), com a matriz de correlação $\hat{\mathbf{R}}_T$ estimada segundo a expressão

$$\hat{\mathbf{R}}_T = \left(\hat{\mathbf{R}} + \delta^2 \mathbf{I} \right) \circ \mathbf{T} \quad (5.22)$$

$$= \left(\frac{1}{K} \sum_{\substack{k=1, \\ k \ni \mathcal{U}}}^K \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k) + \delta^2 \mathbf{I} \right) \circ \mathbf{T}. \quad (5.23)$$

em que δ^2 é o fator de soma na diagonal principal.

Utilizando a notação do Capítulo 3, a matriz de correlação das interferências estimada

pelo algoritmo de componentes principais é dada por

$$\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{T}} = \left(\sum_{k=1}^{N_r} \hat{\lambda}_k \hat{\mathbf{q}}_k \hat{\mathbf{q}}_k^H \right) \circ \mathbf{T} + \sigma^2 \mathbf{I}, \quad (5.24)$$

em que σ^2 é a potência do ruído. Com a matriz de correlação estimada a partir dos autovalores mais significativos e respectivos autovetores, o vetor de coeficientes do algoritmo PC-CMT é obtido empregando-se (5.21).

Para o algoritmo RSMI, o emprego de CMT também se dá de forma recursiva, como segue

$$\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{T}_{m+1}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}_m & \hat{\mathbf{\Gamma}}_m \\ \hat{\mathbf{\Gamma}}_m^H & \hat{\mathcal{R}}_{mm} \end{bmatrix} \circ \begin{bmatrix} \mathbf{T}_m & \mathbf{T}_{1m} \\ \mathbf{T}_{1m}^H & \mathbf{T}_{mm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{O}_m & \mathbf{O} \\ \mathbf{O}^H & \delta^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

$$= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{T}_m} & \hat{\mathbf{\Gamma}}_m \circ \mathbf{T}_{1m} \\ \hat{\mathbf{\Gamma}}_m^H \circ \mathbf{T}_{1m}^H & \hat{\mathcal{R}}_{mm} \circ \mathbf{T}_{mm} + \delta^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

$$= \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{T}_m} & \hat{\mathbf{\Gamma}}_{\mathbf{T}_m} \\ \hat{\mathbf{\Gamma}}_{\mathbf{T}_m}^H & \hat{\mathcal{R}}_{\mathbf{T}_{mm}} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

em que \mathbf{O}_m e \mathbf{O} são matrizes nulas de dimensão $Nm \times Nm$ e $[N(m-1) \times N]$, respectivamente. A matriz \mathbf{T}_{m+1} pode ser representada por:

$$\mathbf{T}_{m+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_m & \mathbf{T}_{1m} \\ \mathbf{T}_{1m}^H & \mathbf{T}_{mm} \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

em que \mathbf{T}_{1m} e \mathbf{T}_{mm} são matrizes de dimensão $Nm \times N$ e $N \times N$, respectivamente.

5.5 Desempenho dos Algoritmos Adaptativos na Presença de ICM

Nessa seção será avaliado o desempenho de algoritmos adaptativos na presença de ICM. A Figura 5.4, a seguir, ilustra a degradação na SINR do filtro “ótimo” causada por ICM para diferentes condições climáticas (desde uma suave brisa a fortes rajadas de vento). Note que a detecção de alvos mais lentos torna-se ainda mais difícil na presença de ICM.

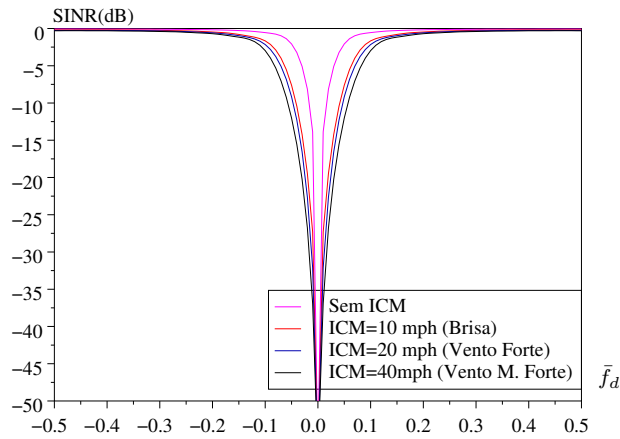


Figura 5.4: Degradação da SINR para $CNR = 60dB$ e diferentes condições climáticas.

A Figura 5.5, a seguir, ilustra o desempenho de algoritmos adaptativos na presença de ICM (10 mph), com $N = M = 16$ e $CNR = 60dB$. Foram comparados algoritmos que utilizam CMT com algoritmos que não levam em consideração os efeitos de descorrelação. Note que o algoritmo que mais sofre degradação no desempenho é o de componentes principais sem CMT (PC). Note também a diferença entre os algoritmos SMI e SMI-CMT, onde o primeiro apresenta um alargamento maior em torno de $\bar{f}_d = 0$. Os algoritmos que levam em consideração os efeitos de descorrelação (i.e., utilizam CMT) se aproximam satisfatoriamente do desempenho que seria obtido com o filtro ótimo.

A Figura 5.6, a seguir, ilustra o desempenho dos algoritmos SMI-CMT, PC-CMT e RSMI-CMT, utilizando a mesma configuração utilizada na obtenção da Figura 5.5. Note que, conforme esperado, o desempenho do algoritmo RSMI-CMT se aproxima do desem-

penho do algoritmo SMI-CMT à medida em que o número de pulsos processados aumenta. Para o caso particular $m = M$, o desempenho dos dois algoritmos é idêntico. Utilizando um número reduzido de pulsos é possível alcançar um desempenho satisfatório mesmo na presença de ICM, como ilustrado para o caso $m = 14$. Esse resultado já esperado vai ao encontro dos resultados obtidos no Capítulo 4.

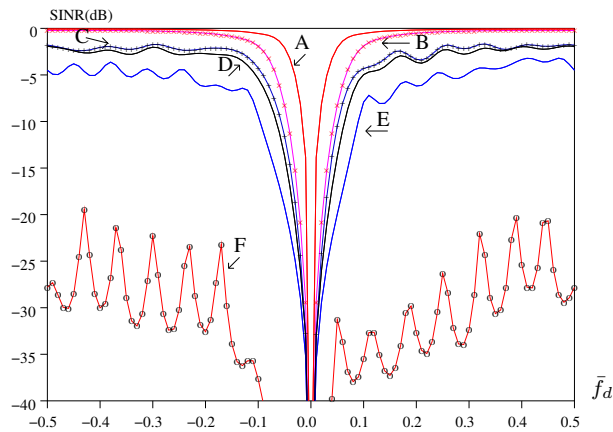


Figura 5.5: Desempenho dos algoritmos com e sem o emprego de CMT na presença de ICM (10 mph) - A: Filtro “ótimo” (sem ICM); B: Filtro “ótimo” (com ICM); C: PC-CMT; D: SMI-CMT ($\delta^2 = 10dB$) com 62 vetores secundários; E: SMI com 62 vetores secundários ($\delta^2 = 10dB$); F: PC.

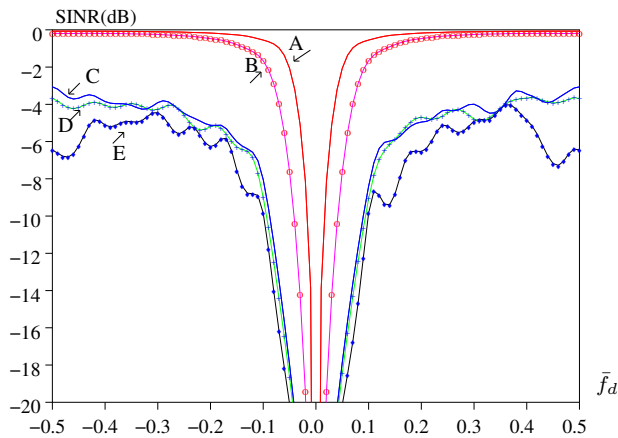


Figura 5.6: Desempenho dos algoritmos na presença de ICM (10 mph) - A: Filtro “ótimo” (sem ICM); B: Filtro “ótimo” (com ICM); C: SMI-CMT, RSMI-CMT ($m = M$) com 62 vetores secundários; D: PC com 62 vetores secundários; E: RSMI-CMT ($m = 14$) com 62 vetores secundários.

Embora outros efeitos de descorrelação não tenham sido considerados nessa seção, sabe-

se que diferentes efeitos de descorrelação têm como comum consequência o aumento do *rank* da matriz de correlação e degradação na SINR pelo alargamento do *notch* em torno da frequência Doppler igual a zero [26] e, portanto, espera-se que os algoritmos apresentem comportamento semelhante ao apresentado nessa seção.

5.6 Conclusão

Nesse capítulo foram apresentados alguns efeitos de descorrelação existentes em aplicações práticas que degradam o desempenho de algoritmos adaptativos. Esses efeitos têm, em comum, como consequência o aumento no número de autovalores da matriz de interferências acima do nível do ruído, dificultando a determinação da ordem do filtro que fará o cancelamento das interferências. Outra consequência da presença dos efeitos de descorrelação, citados ao longo do capítulo, é a degradação da SINR pelo alargamento do *notch* em torno da frequência Doppler igual a zero, dificultando ainda mais a detecção de alvos lentos. Nesse capítulo ainda foram apresentados os algoritmos SMI-CMT e PC-CMT encontrados na literatura, além da formulação do algoritmo RSMI-CMT. Através das simulações exibidas na Seção 5.5, ficou claro que o algoritmo RSMI-CMT converge para o SMI-CMT e funciona de maneira eficiente, tendo sido necessária apenas uma simples mudança no algoritmo RSMI. Outro fator favorável à utilização do algoritmo RSMI está relacionado com a dificuldade de se estabelecer, *a priori*, a ordem do filtro. Como a ordem do algoritmo RSMI é determinada em tempo real, não corre-se o risco de pré determinar-se uma ordem inferior à necessária para o cancelamento das interferências.

Capítulo 6

Conclusão

Nesse capítulo será feita uma recapitulação dos conceitos apresentados ao longo dessa Dissertação, assim como serão enfatizadas as principais contribuições dadas por esse trabalho.

No Capítulo 1 foram apresentados os principais conceitos de sistemas de radar. Começando pela equação do radar, radares monoestáticos e biestáticos, radares situados em solo e embarcados, distâncias ambíguas e não-ambíguas e velocidades cegas. Ao final do capítulo, fez-se uma revisão sobre as formas de interferência presentes em sistemas de radar: *clutter*, *jamming* e ruído térmico. A revisão apresentada nesse capítulo teve como objetivo introduzir o leitor a esses principais conceitos. Chamou-se a atenção para os casos específicos a serem estudados, isto é, radar embarcado em avião, sistema monoestático, *array* linear uniforme *side-looking array*.

O Capítulo 2 abordou as diferentes formas de processamento de sinais em sistemas de radar. A partir do processamento espacial (*beamforming*), derivou-se uma expressão para os dados recebidos pelo *array* em função da frequência espacial normalizada, utilizando o vetor de direcionamento espacial. Também foi detalhado como a frequência Doppler pode ser extraída dos sinais recebidos. O processamento temporal (Doppler), responsável pela obtenção dessa informação, faz uso dos sinais coletados referentes a uma determinada distância para diferentes pulsos. Para um melhor desempenho no cancelamento de *clutter* foi apresentado o

processamento espaço-temporal. O Capítulo 2 encerrou com a formulação do filtro espaço-temporal “ótimo” e a modelagem dos sinais de interferência de *clutter*, *jamming* e de ruído no domínio ângulo-Doppler (espaço-temporal).

O terceiro capítulo apresentou a forma em que os dados são recebidos e organizados para maior compreensão. Um novo *snapshot* é recebido à taxa de conversão A/D (tempo rápido), correspondente às distâncias não-ambíguas. Para a extração da informação Doppler, transmite-se novos pulsos e, com os dados recebidos desses pulsos, monta-se um “cubo” de dados, referente a um CPI. Foram abordados algoritmos adaptativos espaço-temporal de *rank* completo e reduzido. Os algoritmos SMI e SMI-DL são algoritmos de *rank* completo, pois utilizam todos os graus de liberdade no cancelamento de interferências. O número de vetores secundários utilizados no algoritmo SMI é muito grande, o que inviabiliza a hipótese de vetores i.i.d. e sua aplicação em ambientes heterogêneos e/ou não-estacionários. O algoritmo de componentes principais utiliza um número reduzido de graus de liberdade no cancelamento de interferências. São escolhidos os autovalores e respectivos autovetores mais significativos e, a partir desses, foi obtida uma expressão para o vetor de coeficientes de componentes principais. Sua principal vantagem é a utilização de um número reduzido de vetores secundários, o que torna a hipótese de vetores i.i.d. e sua aplicação em ambientes heterogêneos e/ou não-estacionários mais factível, ao contrário do algoritmo SMI. A grande desvantagem do algoritmo PC está na utilização de rotinas como a decomposição em valor singular, cujo desempenho em aplicações práticas nem sempre apresentam o desempenho esperado de quando projetado em simulação. Por fim, verificou-se que o algoritmo SMI-DL também pode utilizar um número reduzido de vetores na estimação da matriz de correlação das interferências. Ao utilizar os mesmos vetores que o algoritmo PC, estarão sendo considerados os mesmos autovalores e autovetores na construção do vetor de coeficientes. A matriz estimada deixará de ser singular pela adição do escalar à diagonal principal e os autovalores mais significativos serão minimamente afetados. Verificou-se que o desempenho dos algoritmos PC e SMI-DL é muito semelhante e comparou-se o custo computacional dos algoritmos SMI, SMI-DL e PC.

No quarto capítulo fez-se uma breve revisão sobre a utilização de algoritmos recursivos em ordem na solução das equações normais. Essa ferramenta matemática foi utilizada na derivação do algoritmo RSMI, que processa os dados recebidos ao longo do tempo rápido, ao contrário do algoritmo SMI, que necessita de todo o “cubo” de dados recebido, antes de iniciar o processamento. O algoritmo proposto processa os dados recebidos ao longo do tempo rápido, e sua ordem aumenta à medida em que mais pulsos são processados. O algoritmo RSMI é um algoritmo de dimensão reduzida, sendo possível enquadrá-lo como um algoritmo (*Element-Space Pre-Doppler*), pois a redução se dá apenas no número de pulsos processados. Verificou-se que o erro médio quadrático do algoritmo RSMI converge assintoticamente para o erro médio quadrático do algoritmo SMI, à medida em que o número de pulsos processados (ordem do algoritmo RSMI) aumenta. O algoritmo proposto também apresenta vantagens sobre o algoritmo SMI quanto à complexidade computacional. Ainda foi analisada a introdução de um escalar à diagonal principal da matriz de correlação espaço-temporal estimada para o algoritmo RSMI e também verificou-se a convergência estatística pelo critério do erro médio quadrático do algoritmo RSMI-DL em relação ao algoritmo SMI-DL. Conforme visto no Capítulo 3, a utilização de DL reduz a quantidade de vetores secundários usados na estimação da matriz de correlação dos processos de interferência e ruído. Por fim, deve-se salientar que o algoritmo RSMI não faz uso de rotinas para o cálculo de autovalores e autovetores da matriz de correlação estimada. Essa característica, juntamente com a possibilidade da introdução de DL ao algoritmo, torna-o interessante para aplicações práticas, devido ao menor custo computacional e reduzido número de vetores secundários. Outra importante característica do algoritmo desenvolvido é o processamento dos dados recebidos ao longo do tempo “rápido”, permitindo o cancelamento de interferências e detecção de alvos enquanto outros algoritmos adaptativos ainda não foram iniciados, pois esperam pelo recebimento do “cubo” de dados completo.

O Capítulo 5 apresenta alguns efeitos encontrados na literatura responsáveis pela degradação do desempenho dos algoritmos. Esses efeitos têm como característica comum descorrelacionar o sinal recebido. Como consequência ocorre o aumento do número de au-

tovalores acima do nível do ruído, dificultando a escolha da ordem do filtro que cancelará as interferências. O fato da ordem do filtro ser dificilmente estimada *a priori* devido aos efeitos citados favorece a utilização do algoritmo RSMI, pois sua ordem é determinada em tempo real. Quanto à relação sinal-ruído+interferência na saída do filtro, a presença desses efeitos de decorrelação implica no alargamento do filtro *notch* em torno da frequência Doppler igual a zero, dificultando ainda mais a detecção de alvos lentos. Também foram apresentados algoritmos que utilizam os chamados *Covariance Matrix Tapers*, encontrados na literatura, que tornam os algoritmos adaptativos mais robustos à presença dos efeitos citados. Introduziu-se CMT ao algoritmo RSMI com a finalidade de torná-lo mais robusto aos efeitos que degradam seu desempenho. Verificou-se que a relação sinal-ruído+interferência do algoritmo RSMI-CMT converge para o algoritmo SMI-CMT à medida que o número de pulsos processados é aumentado, conforme esperado. Além de incorporar robustez, o algoritmo RSMI-CMT também possui a vantagem de ser computacionalmente mais eficaz que os demais algoritmos estudados, conforme visto no Capítulo 4.

Como sugestão para futuros trabalhos, pode-se citar o estudo do algoritmo RSMI em ambientes heterogêneos e não-estacionários. Após ser atingida uma ordem tal que leve a um desempenho satisfatório do algoritmo RSMI, o vetor de coeficientes pode ser obtido e utilizado em um algoritmo com boas características de *tracking*, como o LMS (*Least Mean Square*), para que siga as variações estatísticas dos sinais de interferência, aliando as boas características desses algoritmos de reduzido custo computacional na convergência do vetor de coeficientes e a capacidade de rastreamento do algoritmo LMS.

Referências Bibliográficas

- [1] M. Skolnik, *Introduction to Radar Systems*. McGraw-Hill, 1962.
- [2] ———, *Radar Handbook*. McGraw-Hill, 1990.
- [3] R. Nitzberg, *Radar Signal Processing and Adaptive Systems*. Artech House, 1999.
- [4] M. Skolnik, “Radar in the twentieth century,” *IEEE Aerospace & Electronic Systems Magazine*, vol. 15, no. 10, pp. 27–44, October 2000.
- [5] L. E. Brennan and I. S. Reed, “Theory of Adaptive Radar,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 9, no. 2, pp. 237–252, March 1973.
- [6] J. Ward, “Space-Time Adaptive Processing for Airborne Radar,” in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing - ICASSP*, May 1995, pp. 2809–2812.
- [7] A. J. Paulraj and C. B. Papadias, “Space-time processing for wireless communications,” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 14, no. 6, pp. 49–83, November 1997.
- [8] F. Alam, “Space-Time Processing for Third Generation CDMA Systems,” Ph.D. dissertation, Virginia Polytechnic Institute & State University, November 2002.
- [9] A. Steinhardt and J. R. Guerci, “STAP for RADAR: what works, what doesn’t, and what’s in store,” in *Proceedings of the IEEE Radar Conference*, April 2004, pp. 469–473.

-
- [10] F. of American Scientists, “Combat systems engineering,” <http://www.fas.org>, December 1998.
- [11] S. K. Mitra, *Digital Signal Processing*. New York: McGraw-Hill, 1998.
- [12] R. Klemm, *Principles of Space-Time Adaptive Processing*. London: IEE, 2002.
- [13] W. L. Melvin, “A STAP Overview,” *IEEE Aerospace & Electronic Systems Magazine*, vol. 19, no. 1, pp. 19–35, January 2004.
- [14] D. G. Manolakis, V. K. Ingle, and S. M. Kogon, *Statistical and Adaptive Signal Processing*. McGraw-Hill, 2000.
- [15] H. L. V. Trees, *Optimum Array Processing: Part IV of Detection, Estimation and Modulation Theory*. New York: Wiley-Interscience, 2002.
- [16] M. Zatman, “Circular Array STAP,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 36, no. 2, pp. 510–517, April 2000.
- [17] W. L. Melvin, “Bistatic STAP: Application to Airborne Radar,” in *Proceedings of the IEEE Radar Conference*, April 2002, pp. 1–7.
- [18] B. D. V. Veen and K. M. Buckley, “Beamforming: A versatile approach to spatial filtering,” *IEEE ASSP Magazine*, pp. 4–24, April 1988.
- [19] M. N. O. Sadiku, *Elements of Electromagnetics*. Oxford University Press, 1989.
- [20] G. Strang, *Linear Algebra and its Applications*. Brooks/Cole, 1988.
- [21] J. S. Goldstein and I. S. Reed, “Theory of Partially Adaptive Radar,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 33, no. 4, pp. 1309–1325, October 1997.
- [22] J. D. Hiemstra, “Robust Implementations of the Multistage Wiener Filter,” Ph.D. dissertation, Virginia Polytechnic Institute & State University, April 2003.

- [23] B. P. Lathi, *Modern Digital and Analog Communication Systems*. New York: Oxford, 1998.
- [24] G. H. Golub and C. F. V. Loan, *Matrix Computations*. Baltimore, Maryland: Johns Hopkins, 1989.
- [25] I. S. Reed, J. Mallet, and L. Brennan, “Rapid Convergence Rate in Adaptive Arrays,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 10, no. 6, pp. 853–863, November 1974.
- [26] J. R. Guerci, *Space-Time Adaptive Processing for Radar*. Norwood, MA: Artech House, 2003.
- [27] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*. New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- [28] B. D. Carlson, “Covariance Matrix Estimation Errors and Diagonal Loading in Adaptive Arrays,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 24, no. 4, pp. 397–401, July 1988.
- [29] W. F. Gabriel, “Using spectral estimation techniques in adaptive processing antenna systems,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 34, no. 3, pp. 291–300, March 1986.
- [30] J. R. Guerci, J. S. Goldstein, and I. S. Reed, “Optimal and Adaptive Reduced-Rank STAP,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 36, no. 2, pp. 647–663, April 2000.
- [31] L. Vandenberghe, “Applied numerical computing,” Lecture Notes, Spring 2003-2004.
- [32] P. Parker, “Short cpi stap for airborne radar,” in *Proceedings of the IEEE Radar Conference*, April 2002, pp. 369–372.
- [33] A. Dogandžić, “Notes on Kronecker product and Vec operator,” IOWA State University EE527 Lecture Notes, Spring 2005.

- [34] J. R. Guerci, "Theory and Application of Covariance Matrix Tapers for Robust Adaptive Beamforming," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 47, no. 4, pp. 977–985, April 1999.
- [35] P. M. Techau, J. S. Bergin, and J. R. Guerci, "Effects of Internal Clutter Motion on STAP in a Heterogeneous Environment," in *Proceedings of the IEEE Radar Conference*, Atlanta, GA, May 2001, pp. 204–209.
- [36] B. Billingsley, A. Farina, F. Gini, M. V. Greco, and P. Lombardo, "Impact of Experimentally Measured Doppler Spectrum of Ground Clutter on MTI and STAP," in *Proceedings of the IEEE Radar Conference*, Edinburgh, Scotland, October 1997, pp. 290–294.
- [37] J. R. Guerci and J. Bergin, "Principal Components, Covariance Matrix Tapers, and the Subspace Leakage Problem," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 38, no. 1, pp. 152–162, January 2002.
- [38] L. Brennan and J. Mallet, "Efficient Simulation of External Noise Incident on Arrays," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 24, no. 5, pp. 740–741, September 1976.
- [39] L.J. Griffiths and P.M. Techau and J.S. Bergin and K.L. Bell, "Space-time Adaptive Processing in Airborne Radar Systems," in *Proceedings of the IEEE Radar Conference*, May 2000, pp. 711–716.
- [40] W. L. Melvin, "Space-Time Adaptive Processing and Adaptive Arrays: Special Collection of Papers," *IEEE Aerospace & Electronic Systems Magazine*, vol. 36, no. 2, pp. 508–509, January 2004.
- [41] F. Gini, A. Farina, and M. Greco, "Selected List of References on Radar Signal Processing," *IEEE Aerospace & Electronic Systems Magazine*, vol. 37, no. 1, pp. 329–359, January 2001.

-
- [42] K. M. Buckley, "Spatial/spectral filtering with linearly constrained minimum variance beamformers," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 35, no. 3, pp. 249–266, March 1987.
- [43] H. Wang and L. Cai, "On adaptive spatial-temporal processing for airborne surveillance radar systems," *IEEE Transactions on Aerospace & Electronic Systems*, vol. 30, no. 3, pp. 660–670, July 1994.